

# Viabilidade da medição de $g$ por um aparato peculiar no Ensino Médio



Osmar Henrique Moura da Silva<sup>1#</sup> 

<sup>1</sup>Laboratório de Instrumentação de Física e Pesquisa em Ensino, Departamento de Física, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, Brasil.

## Palavras-chave

aceleração da gravidade  
experimento alternativo  
proposta de aplicação  
teoria dos erros  
concepção da medida única

## Resumo

O valor de  $g$ , referente à aceleração da gravidade, inclui-se em diversas equações físicas, sendo apresentado aos alunos logo no primeiro ano do Ensino Médio conforme notável tradição que os currículos trazem, majoritariamente, de inaugurar o ensino da física pelos conceitos da mecânica. Objetiva-se aqui caracterizar uma proposta de obtenção mediante um aparato peculiar, de custo reduzido e fácil manuseio procedimental à aquisição dos dados. Dentro dessa proposta, defende-se ainda o emprego de um procedimento experimental para subsidiar a superação da concepção ingênua dos alunos de medida única a partir da resultante representação imagética com distribuição das marcações. Esse procedimento, que determina lançamentos do peso sempre de uma mesma posição inicial, é comparado com outro procedimento mais convencional em que posições iniciais aleatórias desse lançamento seguem realizadas para obtenção do valor médio experimental de  $g$  pelos alunos. Como resultado, compatibiliza-se a teoria dos erros de forma pragmática a esse grau escolar com estratégia didática de “ilustração da teoria”, atrelando satisfatório erro experimental relativamente ao valor de  $g$  local. Espera-se que a viabilidade da proposta, assim contextualizada no processo educacional em caráter de ensaio, venha a ser uma alternativa cativante para o professor interessado em tal medição com os alunos.

Autor de correspondência. E-mail: osmarh@uel.br.

Este é um artigo de acesso livre sob licença Creative Commons



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

## 1. Introdução

Existem diversos experimentos didáticos à mensuração da aceleração da gravidade local, que dos mais elementares aos complexos cabe exemplificar: i) a própria queda livre de um objeto, medindo-se a variação da altura com respectivo intervalo de tempo, em que este intervalo pode ser obtido tanto por um cronômetro acionado manual-

**Existem diversos experimentos didáticos à mensuração da aceleração da gravidade local**

mente [1] quanto por acoplamento de dispositivos eletrônicos como os sensores lidos por placa Arduino [2, 3], ou análise de imagens via câmera digital [4], ou foto estroboscópica [5, p. 57]; ii) o trivial pêndulo simples [1, 6-8]; iii) versões de “Cronômetros de fita”<sup>1</sup> [9-11] entre outros.<sup>2</sup> Todavia, ponderando que tais experimentos são distinguíveis em termos de aparatos e tecnologias embarcadas e

que oscilam quanto à acurácia e precisão do valor encontrado,<sup>3</sup> qualquer opção experimental aí aderida pelo professor estará sempre coerente e em dependência com sua justificada abordagem de ensino.

Nesse contexto, objetiva-se aqui caracterizar uma proposta de aplicação mediante um aparato peculiar, logo à frente discutido, cuja montagem pode ser replicada com materiais simples e acessíveis, além de possuir fácil manuseio procedimental à obtenção dos dados. A proposta adapta uma aplicação da teoria dos erros de forma pragmática no Ensino Médio [7], mediante estratégia didática de “ilustração da teoria” [12] em caráter de ensaio, cujo resultado experimental pelo aparato mecânico construído pode ser avaliado com erro satisfatório relativamente ao valor de  $g$  local, indicado na literatura. Dentro dessa proposta, sugere-se ainda um procedimento experimental de coleta de dados pelo qual a resultante representação imagética de distribuição das marcações pode subsidiar a superação da concepção ingênua de medida única [13].

## 2. Materiais e métodos

O aparato experimental, então apelidado de “Medidor de  $g$ ”, é arquitetado com a função única de mensuração da aceleração de um objeto em queda livre. Trata-se de um instrumento mecânico simples, cuja confecção apresentada na Fig. 1A envolve uma estru-

**O aparato experimental, então apelidado de ‘Medidor de  $g$ ’, é arquitetado com a função única de mensuração da aceleração de um objeto em queda livre**

tura de madeira com dimensões externas próximas de 1,25 m de altura e 50 cm de largura. É possível observar pelas auxiliares Figs. 1B e 1C, ampliando detalhes da Fig. 1A, que o peso (cilindro metálico com anel sobressalente mais gancho)<sup>4</sup> encontra-se sustentado por um barbante que transpassa duas pequenas roldanas até a parte inferior da tábua-pêndulo, onde há outro gancho adaptado para amarração. A fim de subsidiar sua reprodução em escolas, no Apêndice A há uma lista de materiais e peças, juntamente com informações de medidas acerca da construção deste aparato experimental.

Assim, a Fig. 1A ilustra o aparato pronto para experimentação, bastando apenas queimar o barbante na posição indicada na Fig. 1B (entre as duas roldanas) para liberar a queda do cilindro metálico. Situação esta na qual simultaneamente também se libera a tábua-pêndulo para colidir com o cilindro em queda livre (Fig. 2A) no instante em que ela atinge a posição vertical (aprumada). Após uma colisão, tem-se uma marca no papel sulfite em razão do papel carbono juntamente anexado na extremidade inferior da tábua-pêndulo (Figs. 1C e 2A), com ambos os papéis no lado dessa

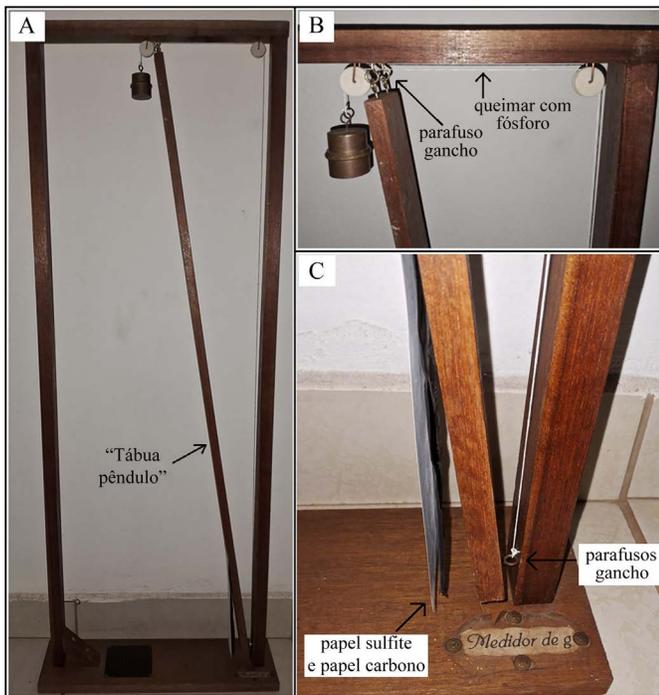


Figura 1 - A) Aparato “Medidor de  $g$ ”, em que a tábua-pêndulo de 1,2 m de comprimento encontra-se próxima de 15° com a vertical; B) Detalhes da parte superior do aparato; C) Detalhes da parte inferior do aparato.

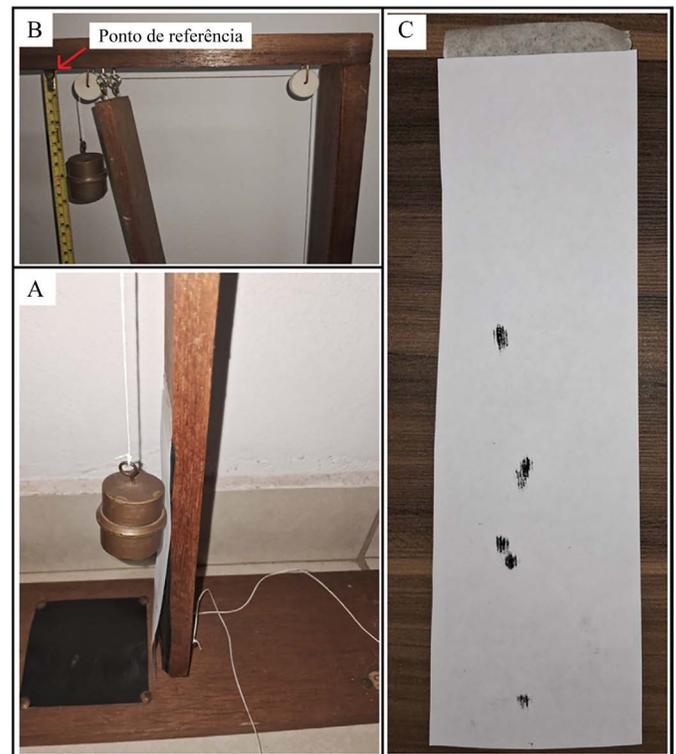


Figura 2 - A) Foto ilustrando a situação de impacto da tábua-pêndulo com o anel do peso em queda livre; B) Exemplo de referência ao posicionamento da trena, indicando 10 cm do anel sobressalente do cilindro metálico (peso), onde  $x_i = 10$  cm; C) Foto de uma típica distribuição de marcas no papel sulfite, resultante de 6 impactos do peso na tábua-pêndulo relativos a uma mesma posição de lançamento.

tábua-pêndulo voltado para o cilindro em queda; e que é uma região prevista para tais impactos.

Após um impacto que resulta em uma marca no papel sulfite,<sup>5</sup> é possível medir a variação de altura ( $\Delta x$ ) em relação a um ponto de referência determinado. De modo óbvio aí, o tempo de queda  $t$  do cilindro metálico é o mesmo que o da tábua-pêndulo de atingir a posição vertical (aprumada). Esse tempo  $t$  pode ser obtido por meio de um cronômetro ao se deixar a tábua-pêndulo oscilar livremente<sup>6</sup> para medir seu período  $T$ , dividindo-o por 4, uma vez que decorridos  $T/4$  s, essa tábua passa pela posição vertical quando então colide com o peso em queda, ocasionando em uma marca na folha de papel sulfite após o intervalo de tempo  $t$ . Logo, a altura de queda ( $\Delta x$ ) com respectivo intervalo de tempo ( $t$ ) são valores diretamente empregados na Eq. (1) para mensuração da aceleração da gravidade  $g$

$$g = \frac{2(x)}{t^2}. \quad (1)$$

Como é de conhecimento instrucional no Ensino Médio, ao se ponderar ser a velocidade inicial ( $v_i$ ) = 0 e a aceleração  $a = g$ , a Eq. (1) é decorrente da Eq. (2) [5, p. 55]:

$$x = x_i + v_i t + \frac{at^2}{2}. \quad (2)$$

Vale esclarecer que essa tábua-pêndulo é um pêndulo físico [5, p. 530], cujos cálculos teóricos para o período correspondem a um valor inferior ao do teórico de um pêndulo simples de equivalente comprimento (uma análise comparativa nesse sentido para o professor interessado está disponibilizada no Apêndice B). Todavia, constatou-se pela prática procedimental já descrita e simplificada à obtenção do valor do período deste pêndulo físico do aparato, quando restrito às primeiras oscilações, que o mesmo apresenta-se com um período ligeiramente superior ao do teórico calculado (adotando-se pequenos ângulos, menores que 20°). Isto se justifica pelo aparato acentuar forças de atrito ou resistivas quanto ao seu sistema oscilante, casos dos ganchos no eixo de rotação e da área da tábua-pêndulo que ‘varre’ o ar durante o movimento pendular, inevitavelmente evoluindo em dezenas de segundo para o estado de equilíbrio em repouso (posição de prumo). Ademais, cabe ponderar que as reflexões teóricas de um pêndulo físico são iniciadas em livros de física básica de cursos de graduação, não as comprometendo nesta atividade prática com os alunos, haja vista a contextualização de sua viabilidade então direcionada para o Ensino Médio.

### 3. Proposta de aplicação e resultados

Como estratégia didática, adequa-se esta atividade experimental em sala de aula com os alunos na perspectiva de ‘ilustração da teoria’, assim compatibilizada com a inspiração epistemologia kuhniana de modo instrucional a expor um paradigma e não testar uma hipótese [12]. Nesse sentido, orientam-se os procedimentos ao estudante para encontrar o tempo  $t$  e realizar uma tomada de dados de  $\Delta x$ , calculando valores da aceleração da gravidade  $g$  por aplicação da Eq. (1) a fim de, posteriormente, efetuar uma média desses valores e avaliar seu erro em relação ao valor de  $g$  local, no caso<sup>7</sup>  $\approx 9,785 \text{ m/s}^2$  [14, p. 567].

Entretanto, para evitar alterações de observações/dados pelos alunos em almejamem a ‘resposta correta’, é prudente apresentar esse valor teórico de  $g$  local após o resultado da média das medidas então calculada para o valor de  $g$  local, obtidas por uso do aparato. Propõe-se, por conseguinte, confrontar o valor experimental desta medição com esse valor de  $g$  da literatura, mais para confirmá-lo dentro da inspiração kuhniana por aplicação do paradigma do que estabelecer qualquer corroboração mediante algum teste de hipóteses em perspectiva popperiana [12].

O tempo  $t$  obtido para a tábua-pêndulo sair livremente da posição inclinada em 15° (ocasião de repouso padronizada<sup>8</sup> da Fig. 1A) até a posição vertical (Fig. 2A) foi de 0,46 s (=  $T/4$ ), aproximadamente.<sup>9</sup> Diante das marcações ilustradas no papel sulfite da Fig. 2C, os seis dados experimentais relacionados às variações de altura  $\Delta x$  estão ordenados na Tabela 1, conforme sequencialmente obtidos ao se repetir o procedimento já descrito. No caso, com o peso sempre partindo do mesmo ponto de referência, onde  $x_i = 10 \text{ cm}$  (Fig. 2B), isto é, com o anel sobressalente convencionado a 10 cm abaixo da superfície inferior do sarrafo de madeira para efetuar um lançamento. Ainda na Tabela 1, mediante emprego da Eq. (1) e do valor obtido para  $t$  ( $\cong 0,460 \text{ s}$ ), tem-se os respectivos valores calculados para  $g$ .

Pelos dados da Tabela 1, o valor aproximado da média de  $g$  desta medição é de  $9,639 \text{ m/s}^2$ . Segundo Arenales e Salvador [15, p. 19], para quantificar e qualificar os erros da medição em comparação com o valor

Tabela 1: Valores da aceleração da gravidade ( $g$ ) pelas referentes variações de altura ( $\Delta x$ ), onde a constante  $x_i = 10 \text{ cm}$ . Obs.: valores com arredondamentos.

$\Delta x$ (m)	$g$ ( $\text{m/s}^2$ )
1,011	9,556
1,027	9,707
1,072	10,132
0,970	9,168
1,032	9,754
1,007	9,518

**As reflexões teóricas de um pêndulo físico são iniciadas em livros de física básica de cursos de graduação, não as comprometendo nesta atividade prática com os alunos**

de  $g$  local da literatura ( $9,785 \text{ m/s}^2$ ), as respectivas equações são apropriadas<sup>10</sup>

$$E_a = |\bar{x} - x'|, \quad (3)$$

e

$$E_r = \frac{|\bar{x} - x'|}{x'}. \quad (4)$$

Assim sendo, o erro absoluto ( $E_a$ ) com a Eq. (3) resulta em  $19,639 - 9,785$ , ou seja,  $0,146 \text{ m/s}^2$ . Já com a Eq. (4), o erro relativo ( $\%E_r$ ) é  $\approx 0,0149$ , o que equivale a  $1,49\%$ .

A vantagem instrucional quando se determina que os lançamentos sejam feitos sempre de uma mesma posição<sup>11</sup> está em favorecer uma discussão da flutuação de dados, que é uma característica inerente à atividade experimental. Cabe ao professor explorar essa natureza em proveito da representação imagética<sup>12</sup> da Fig. 2C e pela qual se evidencia uma distribuição das marcações no papel sulfite. Segundo a literatura em educação científica, os alunos desse grau escolar imaginam que apenas uma medida seja suficiente, no sentido de que previamente idealizam uma previsão com posteriores medidas de  $\Delta x$  idênticas, assim desnecessárias de serem realizadas [13]. Isto, em razão de conceberem os alunos que as marcações reincidiriam sempre no mesmo ponto do papel sulfite ao se repetir a experiência, mas que assim não ocorre (Fig. 2C). Portanto, é oportuno que o professor aí confronte essa ideia de unicidade da medida mediante análise de uma representação imagética típica à da Fig. 2C, a fim de subsidiar a superação dessa concepção ingênua da existência de um valor único e verdadeiro para qualquer medida, com a qual a repetição da experiência teria significado de apenas praticar/exercitar. Nesse intuito, poderia o professor indagar: ‘Por que medimos diversas vezes e os dados ficam dispersos no papel?’ O uso de tal evidência vem a ser, portanto, didaticamente proveitosa em contradizer a concepção dos alunos da medida única. Além de, ao mesmo tempo, vir a justificar a necessidade da coleta de mais dados para aplicação do cálculo da média, cujo valor represente o conjunto das medidas como resultado do processo de medição; restando posteriormente avaliar os erros absoluto e relativo em referência do valor de  $g$  local, indicado na literatura.

Já por um modo mais convencional, isto é, no caso de o professor optar por deixar os alunos à vontade para lançar o peso em posições aleatórias ao ponto de referência, a Tabela 2 apresenta resultados de outros 6 dados experimentais que podem ser regularmente obtidos com esse aparato. Todavia, agora é preciso apreciar que a orientação discutida no parágrafo anterior vê-se arruinada em tal procedimento com lançamentos em posições aleatórias. Isto, em razão de a resultante representação imagética manter-se-á consistente com a concepção ingênua do aluno prevendo

**De modo pragmático, este estudo ampara o emprego de atividades experimentais quantitativas no Ensino Médio**

Tabela 2: Valores da aceleração da gravidade ( $g$ ) pelas referentes variações de altura ( $\Delta x$ ). Obs.: valores com arredondamentos.

$x_i$ (m)	$\Delta x$ (m)	$g$ ( $\text{m/s}^2$ )
0,105	1,021	9,650
0,070	1,014	9,584
0,092	1,009	9,537
0,058	1,047	9,896
0,137	1,034	9,773
0,120	1,023	9,669

correspondentes marcações espaçadas, e com equivalentes  $\Delta x$ . Em outras palavras, não é de imediato observando a distribuição das marcações da representação imagética que se contradiz a concepção de medida única, uma vez imaginada por ela sustentar a previsão na qual, ao se lançar o peso de posições diferentes, os mesmos  $\Delta x$  seriam obtidos com distanciadas marcações no papel sulfite.

Pelos dados da Tabela 2, o valor médio aproximado de  $g$  desta medição corresponde aproximadamente a  $9,685 \text{ m/s}^2$  e, por comparação com o valor da literatura para  $g$  local ( $9,785 \text{ m/s}^2$ ), têm-se os seguintes erros:  $E_a = 0,1 \text{ m/s}^2$ ;  $E_r \approx 0,0102 = 1,02\%$ .

#### 4. Conclusão

Estabeleceu-se uma reflexão de aplicação para ambos os caminhos procedimentais que podem ser direcionados pelo professor por uso deste aparato, ou seja, quando definida uma posição única para lançamento do peso ou quando este é lançado de posições aleatórias. As distintas coletas foram convencionadas com seis dados experimentais em razão dessa etapa do procedimento de medição, assim ensaiada, vir a ser factível para os alunos no decorrer de uma aula na escola, a fim de estabelecer uma média das medidas. Estima-se que uma coleta com tal programação não ultrapasse 30 min, dependendo do desempenho da turma,<sup>13</sup> mas que assim possibilita o seguimento de proveitosa discussão dos resultados alcançados mediada pelo professor, dentro dessa perspectiva didática de ‘ilustração da teoria’. De modo pragmático, este estudo ampara o emprego de atividades experimentais quantitativas no Ensino Médio, considerando que uma das razões contrárias para isto, por parte dos professores, está na dificuldade de enfrentarem o tratamento de dados experimentais com os alunos. Espera-se, portanto, contribuir com o professor interessado em aplicar a teoria dos erros nesse grau escolar, à medida que a atividade experimental resulta em irrisório erro com o valor de  $g$  local.

Acerca desse valor, enquanto os livros de física do Ensino Médio seguem apresentando a aceleração da gravidade com  $9,8 \text{ m/s}^2$ , ou mesmo adotando-a com

10 m/s<sup>2</sup> para facilitar os cálculos, o que leva os alunos a pensarem que se trata de uma grandeza física constante, resta ao professor contornar esse equívoco, explicando que o valor de  $g$  varia ligeiramente conforme altitude e latitude local. Sugere-se a exibição de uma tabela com tais valores, esclarecendo a influência da rotação terrestre às variações de  $g$  [14] para deixar o aluno ciente quando posteriormente aplicar o valor de 10 m/s<sup>2</sup> em muitos exercícios.

Além do mais, investigações em ensino de ciências voltadas às atividades experimentais que envolvem mensurações indicam que os alunos vêm para a sala de aula com um conjunto de ideias problemáticas sobre medição, como a concepção ingênua da medida única, que descaracteriza uma necessidade da realização de outras para se efetuar uma média. Quanto a isso, buscou-se nessa proposta distinguir um procedimento que pode ser proveitoso educacionalmente mediante aná-

**Buscou-se nessa proposta distinguir um procedimento que pode ser proveitoso educacionalmente mediante análise da representação imagética dos dados obtida pelo aparato**

lise da representação imagética dos dados obtida pelo aparato; uma particularidade representacional figurativa que não se tem, por exemplo, com uso do trivial pêndulo simples. Aliás, enquanto o pêndulo simples se tornou a mais corriqueira atividade experimental para medição de  $g$  com alunos, a queda livre de um objeto por ação gravitacional não é vista ali diretamente como no caso do presente aparato, que demonstra tal movimentação à investigação de sua aceleração pelos alunos. Atrelado a isso, tem-se ainda a relativa equação para uso do pêndulo simples, que abrange uma dedução menos facilitada aos alunos que a do caminho adotado pela Eq. (1), aplicada no objeto em queda livre.

Recebido em: 30 de Outubro de 2024

Aceito em: 5 de Fevereiro de 2025

## Notas

<sup>1</sup>Também conhecidos como “Marcadores de tempo”.

<sup>2</sup>Como em todos esses trabalhos citados, daqui em diante se referirá ao movimento acelerado de um objeto em queda livre na condição de resistência do ar desprezível e muito próximo à superfície da Terra.

<sup>3</sup>Curiosamente, um estudo conduzido por Souza e Cardoso [1] avaliou, acerca de uma comparação entre distintos experimentos didáticos que mensuram a aceleração da gravidade, o pêndulo simples com melhor desempenho nesse sentido.

<sup>4</sup>Também se pode empregar uma esfera metálica com um gancho soldado na superfície da mesma.

<sup>5</sup>Obs.: O impacto é sutil o suficiente para somente fazer a marcação no papel. Logo, não se concebe algum retardo significativo no período de oscilação durante o impacto para a situação experimental em questão.

<sup>6</sup>Cabe avaliar que o erro experimental para o tempo de reação por uso de um cronômetro manual torna-se expressivo quanto à medição do período se limitado a apenas uma oscilação completa da tábua-pêndulo, período este ligeiramente abaixo dos 2 s. Na busca de contornar isso e ainda levando em conta que as oscilações da tábua-pêndulo não se delongam por muito tempo (dezenas de segundos), sugere-se ser razoável medir o tempo de cerca de 5 oscilações completas para se calcular o período.

<sup>7</sup>Altitude de 600 m e latitude de 23°.

<sup>8</sup>Isto é, sempre partindo com o gancho da tábua-pêndulo encostado no sarrafo vertical da estrutura.

<sup>9</sup>Esse tempo de  $\frac{1}{4}$  do período da tábua-pêndulo aqui medido praticamente coincide com o tempo de queda de 100 cm de uma esfera de aço, sendo de 0,45 s, fornecido por Eisberg e Lerner [5, p. 56]. Na ocasião, esses autores afirmam que a experiência deles versou de um eletroímã que segura a esfera, disparando-a eletronicamente para iniciar a contagem, cujo tempo é medido quando ela “bate numa chave aberta, interrompendo desse modo a corrente para o relógio e parando-o” [5, p. 56]. Por meio da Eq. (1), eles diretamente informam o resultado para  $g$  de “9,9 m/s<sup>2</sup>”, ou seja, “um erro de menos de 1%” em relação ao “módulo da aceleração gravitacional próximo à superfície da Terra de 9,8 m/s<sup>2</sup>” [5, p. 56].

<sup>10</sup>Adere-se aqui, de modo similar, a aplicação da teoria dos erros à média calculada de dados experimentais em comparação com um valor teórico, outrora direcionada para o Ensino Médio nos resultados de uma medição de  $g$  por uso do pêndulo simples, vista em Cunha e cols. [7].

<sup>11</sup>Simple ajuste que se faz no comprimento do barbante.

<sup>12</sup>Uma representação do tipo figurativa, no âmbito das múltiplas representações [16].

<sup>13</sup>A avaliação deste tempo se deu a partir de uma ocasião na qual um pequeno grupo de alunos realizou uma simples tomada de dados mediada pelo próprio professor da escola, quando visitavam um laboratório do departamento de física da Universidade Estadual de Londrina. Esses alunos pertenciam a turmas variadas do Ensino Médio de uma escola estadual desta cidade, cujo laboratório citado corriqueiramente atende este público apresentando diversas demonstrações.

## Referências

- [1] F.M.L. Souza, S.C. Cardoso, Revista Brasileira de Ensino de Física **42**, e-20200202 (2020). doi
- [2] M. El Hadi, A. El Moussaouy, A. Ouariach, R. Essaadaoui, A. Hachmi, e cols, Physics Education **55**, 055027 (2020). doi
- [3] O.D. Castilho, D.L. Oliveira, M.V.G. Dutra, Experiências em Ensino de Ciências. **15**, 247 (2020). Disponível em <https://www.fisica.ufmt.br/eencijs/index.php/eenci/article/view/781>, acesso em 22/10/2024.
- [4] C. Sirisathitkul, P. Glawtanongi, T. Eadkongi, Y. Sirisathitkul, Revista Brasileira de Ensino de Física **25**, e-1504 (2013). doi
- [5] R.M. Eisberg, L.S. Lerner. Física - Fundamentos e Aplicações, Volume 1 (McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1982), p. 598.
- [6] V. Oliveira, Physics Education **51**, 063007 (2016). doi

- [7] C.R. Cunha, L.A. Vidal, G.T. Silva, R.S. Pereira, R.S.R. Silva, e cols., *Ciência e Natura* **42**, e1 (2020). [doi](#)
- [8] D.F. Jardim, A.F. Brito, C.T. Martins, I.B. Neumann, L.L. Alvers, e cols, *Revista Vozes dos Vales* **12**, e1 (2017). Disponível em [site.ufvjm.edu.br/revistamultidisciplinar/files/2017/08/Deborah0108.pdf](http://site.ufvjm.edu.br/revistamultidisciplinar/files/2017/08/Deborah0108.pdf), acesso em 22/10/2024.
- [9] E. Fontana, C. Yeung, J.C. Hall, *The Physics Teacher* **58**, 338 (2020). [doi](#)
- [10] O.H.M. Silva, C.E. Laburú, *Semina – Ciências Exatas e Tecnológicas* **30**, 99 (2009). Disponível em <http://www.uel.br/revistas/uel/index.php/semexatas/article/view/1915/4109>, acesso em 22/10/2024.
- [11] FUNBEC. *Laboratório Portátil de Física (2º Grau): Manual de Experimentos Para o Professor* (Edart, São Paulo, 1977), p. 165.
- [12] O.H.M. Silva, C.E. Laburú, S. Camargo, A.A.C. Christófaló, *Acta Scientiae* **21**, 110 (2019). [doi](#)
- [13] A. Buffler, S. Allie, F. Lubben, B. Campbell, *International Journal of Science Education* **23**, 1137 (2001). [doi](#)
- [14] W. Lopes, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* **25**, 561 (2008). Disponível em <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2008v25n3p561>, acesso em 22/10/2024.
- [15] S.H.B. Arenales, J.A. Salvador. *Cálculo Numérico: Uma abordagem para o Ensino a Distância* (EdUFSCar, São Carlos, 2010).
- [16] O.H.M. Silva, *Ciências & Ideias* **14**, e23142237 (2023). [doi](#)
- [17] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker. *Fundamentos da Física, Volume 2: Gravitação, Ondas e Termodinâmica* (LTC, Rio de Janeiro, 2018).

Apêndice A – Detalhes complementares para reprodução do aparato.

Em complemento do que já se contextualizou acerca da estrutura do aparato experimental, na Tabela 3 há uma lista de itens que podem ser empregados a fim de facilitar a sua reprodução nas escolas.

Tabela 3: Itens empregados na confecção do aparato.

Característica do material/peça	Quantidade
Base de madeira de 50 × 12 × 2 cm	1
Sarrafo de madeira de 125 × 4 × 2,5 cm	2
Sarrafo de madeira de 45 × 4 × 2,5 cm	1
“Tábua-pêndulo” – sarrafo de madeira com 120 × 5 × 1 cm	1
Roldana <sup>14</sup> de plástico ou PVC (diâmetro de 2,5 cm; espessura de 0,5 cm)	2
Pitão (parafuso gancho) de 1 cm de diâmetro	6
Peso cilíndrico de metal <sup>15</sup> (4 cm de comprimento e 3 cm de diâmetro)	1
Rolo de barbante	1
Tira de borracha com 10 × 10 × 0,1 cm	1
Papel sulfite	1
Papel carbono	1

O sistema de suspensão da tábua-pêndulo (constituindo o “eixo de rotação”) é feito pelo ordenamento de 4 parafusos ganchos: 2 fixados em paralelo na extremidade superior da tábua e “acorrentados” a outros 2, estes últimos fixados na superfície inferior do sarrafo de 45 × 4 × 2,5 cm (Figs. 3A e 3B). A Fig. 3A também ilustra a tábua-pêndulo quando em repouso e apumada, situação esta na qual sua superfície é levemente tocada pelo anel sobressalente do cilindro metálico suspenso por barbante (semelhante à aplicação de um prumo de pedreiro), e que assim garante impactos sempre com o pêndulo físico na vertical. Nesta situação, cabe observar que a roldana mais próxima da tábua-pêndulo é fixada no sarrafo em posição ajustada para permitir esse fino distanciamento. Para fixar as roldanas, realiza-se um furo central em cada uma delas por onde se passa um arame de 1 mm de diâmetro, curvando suas extremidades para fixá-las no sarrafo (Figs. 1A, 2B, 3A e 3B).

A Fig. 3C ilustra um parafuso gancho fixado na parte inferior da tábua-pêndulo, e que por ali se objetiva suspê-la com barbante, além do cilindro metálico sobre a tira de borracha adaptada como proteção de impacto na base de madeira.

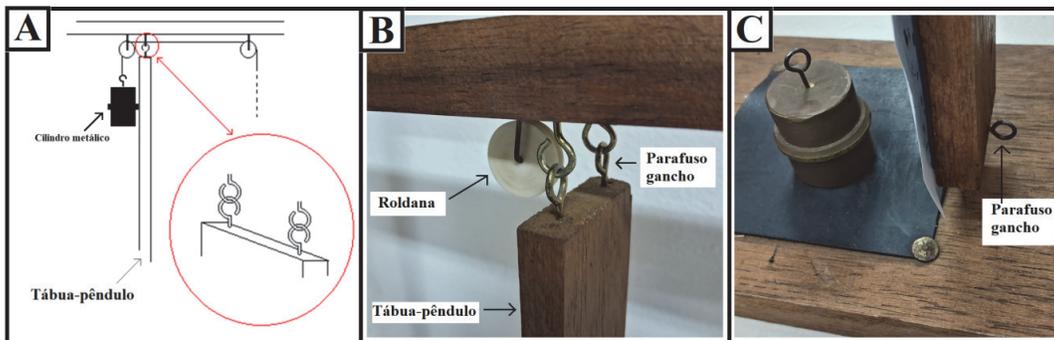


Figura 3: A) Desenho auxiliar da disposição das peças; B) Sistema de suspensão com parafusos gancho; C) Foto auxiliar de montagem.

<sup>14</sup> Confeccionada em torno, mas roldanas alternativas podem ser empregadas.

<sup>15</sup> Confeccionado em torno mecânico, deixando um anel central sobressalente de 3 mm, assim visualizado nas Figs. 2A e 3C, incluindo a adaptação de um gancho na extremidade. Obs.: Este peso pode ser substituído por uma esfera de ferro de 3 cm de diâmetro com um gancho soldado na superfície.

Apêndice B – Uma análise comparativa do período da tábua-pêndulo.

Um pêndulo real pode ter uma distribuição complicada de massa e é amplamente denominado de pêndulo físico, admitido como um caso particular o da tábua-pêndulo deste aparato experimental. A Fig. 4A, típica em livros universitários de física, caracteriza um pêndulo físico sob atuação do torque restaurador ( $hF_g \text{sen}\theta$ ), com as Figs. 4B e 4C ilustrando a situação da tábua-pêndulo e o popular pêndulo simples, respectivamente.

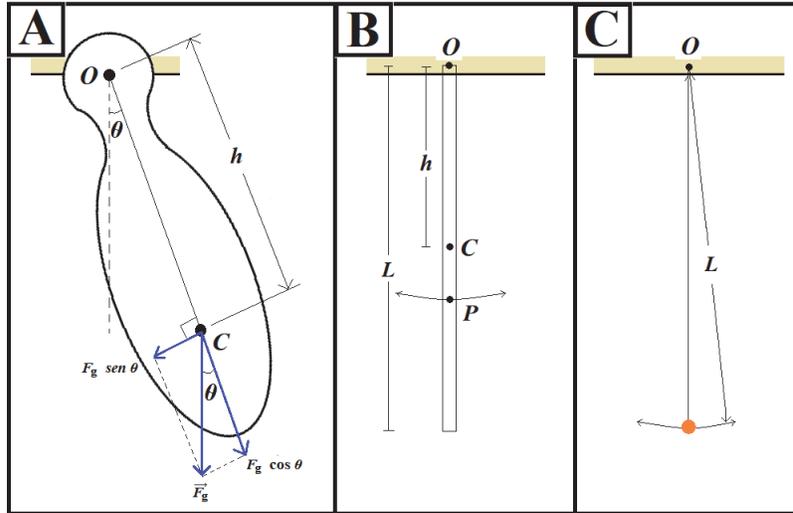


Figura 4: A) Um pêndulo físico arbitrário com força gravitacional  $F_g$  atuando sobre o centro de massa  $C$  situado a uma distância  $h$  do ponto de suspensão  $O$ ; B) Pêndulo físico, que pode aí ser do tipo régua, barra comprida circular, ou placa retangular<sup>16</sup> (obs.: o ponto  $P$  indica o centro de oscilação); C) Pêndulo simples de mesmo comprimento  $L$  que o pêndulo físico da Fig. 4B. Fonte: Adaptado de Halliday e cols. [17, p. 100].

A expressão para o período de um período físico encontra-se com plenitude deduzida em livros de física básica, dada pela seguinte equação generalizada

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}}, \quad (4),$$

na qual  $T$  é o período,  $I$  é o momento de inércia,  $m$  a massa, e  $g$  a aceleração da gravidade.

Para o caso de um pêndulo simples (Fig. 4C), toda a massa está a uma distância  $L$  do ponto de suspensão  $O$ , cujo momento de inércia tabelado equivale a:  $I = mL^2$  (Eq. (5)). Substituindo esta equação na Eq. (4), tem-se

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mL^2}{mgL}} \quad \text{ou} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (6).$$

Já quanto ao período de oscilação da tábua-pêndulo (Fig. 4B) de massa  $m$  em torno de uma de suas extremidades, cujo momento de inércia tabelado é dado por  $(mL^2)/3$ , e ao ponderar que  $L$  equivale a  $2h$ , tem-se, por uma substituição na Eq. (4)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{mL^2}{3}}{\frac{mgL}{2}}} \quad \text{ou} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}} \quad (7).$$

Comparando os períodos das Eqs. (6) e (7), é viável concluir que o período de um pêndulo físico, similar ao da tábua-pêndulo, é  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  vezes o período de um pêndulo simples de mesmo comprimento, ou seja, cerca de 20% menos lento em termos teóricos. Aliás, a Eq. (7) permite determinar a aceleração da gravidade  $g$  local por uso da tábua-pêndulo, mas que, “para medidas de precisão, são necessários alguns refinamentos, como colocar o pêndulo (físico) em uma câmara evacuada” [17, p. 101], tendo em conta a área da tábua que “varre” o ar durante o movimento pendular. Somado a isso, há o atrito entre os ganchos que formam o “eixo de rotação” (ponto de suspensão) da tábua-pêndulo na montagem proposta. Aspectos estes que justificam um acréscimo no período medido da tábua-pêndulo.

<sup>16</sup> É possível admitir que esses três casos de pêndulo-físico apresentam expressão similar para o momento de inércia mediante tabelas em livros para diversos corpos.

Abaixo estão os cálculos teóricos para comparação entre os períodos das Eqs. (6) e (7) para iguais comprimentos  $L$  de um pêndulo simples e da tábua-pêndulo empregada, isto é, ambos com 1,2 m cada (com  $g \cong 9,8 \text{ m/s}^2$ )

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,2}{9,8}} \cong 2,19 \text{ s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}} = 2\pi \sqrt{\frac{(2)(1,2)}{(3)(9,8)}} \cong 1,79 \text{ s.}$$

O valor experimental<sup>17</sup> medido para  $T$  da tábua-pêndulo foi de 1,84 s, logo, ligeiramente maior que o teórico calculado em quase 3%. Enfim, é razoável computar tal diferença, entre o período medido experimentalmente da tábua-pêndulo<sup>18</sup> com o previsto teoricamente pela Eq. (7), à influência das forças de atrito ou resistivas quanto ao seu sistema oscilante na prática.

Ademais, desprezando as forças de atrito ou resistivas na situação, qual seria a altura prevista da queda livre do peso até o seu impacto na tábua-pêndulo? No caminho de estabelecer uma demonstração matemática da posição de encontro do cilindro metálico com o pêndulo físico em questão, parte-se da Eq. (1) na seguinte forma

$$t = \sqrt{\frac{2x}{g}} \quad (1).$$

Cabe observar que esse tempo  $t$  é o tempo de queda do cilindro metálico até o seu impacto na tábua-pêndulo, sendo o mesmo tempo de esta sair da posição inclinada até a vertical, e que corresponde a  $T/4$  s. Consequentemente, é possível escrever

$$\sqrt{\frac{2x}{g}} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}}{4} \quad (8).$$

Em termos teóricos, portanto, ao se resolver a Eq. (8) na consideração de 1,2 m para a tábua-pêndulo empregada, tem-se uma altura de queda de 0,987 m do cilindro metálico, aproximadamente. A média experimental dos valores da Tabela 1, a título de exemplo, resulta em uma altura de queda  $\cong 1,020$  m. Comparando esses valores, tem-se o erro aproximado de 3% acima da altura teórica prevista da colisão (impacto), justificado pela impossibilidade na presente proposta de sua realização experimental em câmara evacuada, bem como da total eliminação das forças de atrito atuantes.<sup>19</sup> Isto, enfim, compatibiliza com o período ligeiramente maior do pêndulo físico (tábua-pêndulo) encontrado na prática abordada.

---

<sup>17</sup> Valor com arredondamento.

<sup>18</sup> Pelo procedimento já descrito.

<sup>19</sup> Aliás, após o rompimento do barbante, ainda há o pequeno atrito com as roldanas que ele movimenta, e dessas com seus eixos (arames) fixados na estrutura de madeira.