



.....
Eliane Pereira^{1,2#} 

¹Instituto de Engenharia do Araguaia, Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Santana do Araguaia, PA, Brasil.

²Departamento de Matemática e Estatística, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, PR, Brasil.
.....

Palavras-chave

momento de inércia
experiência de baixo custo
smartphone
Phyphox

Resumo

O presente artigo descreve um experimento de baixo custo para investigar o momento de inércia de massas “pontuais” acopladas a uma haste rígida. A haste foi fixada em um *fidget spinner* que permite a rotação do sistema em torno de seu eixo vertical. O aplicativo Phyphox obtém os dados experimentais por meio do sensor de campo magnético do dispositivo móvel. Esse sensor pode ser usado como cronômetro para medir o período de oscilação do sistema. Para isso, um pequeno ímã foi fixado na haste, de modo que, cada vez que o sistema completa uma volta inteira, o aplicativo registra um pico, e o período é o tempo transcorrido entre os dois picos do campo magnético. Foram realizadas algumas medições com diferentes distâncias dos pesos ao eixo de rotação. Após as análises dos dados experimentais, foi confirmada a proporcionalidade entre o momento de inércia dos pesos e o quadrado da distância. Os resultados mostram que experiências de baixo custo, em conjunto com o smartphone, são recursos eficientes e confiáveis para a execução de práticas educacionais, oferecendo aos discentes várias maneiras de entender novos temas e conceitos físicos. Além disso, proporciona a possibilidade de colocar em prática os experimentos em vários ambientes, como laboratório, sala de aula ou em casa.

1. Introdução

Atualmente, o smartphone, combinado com experiências de baixo custo, vem substituindo aparelhos experimentais complexos e caros, apresentando algumas vantagens em relação aos laboratórios tradicionais. Por um lado, os smartphones fazem parte da vida cotidiana dos alunos, o que significa que se pode esperar

um elevado nível de familiaridade com seu funcionamento. Eles são pequenos, portáteis e realizam medições com boa precisão. Por outro lado, as experiências de baixo custo proporcionam ao aluno envolvimento no desenvolvimento do experimento e compreensão da teoria. Muitas experiências que hoje podem ser realizadas com dispositivos móveis só eram possíveis

O smartphone vem substituindo aparelhos experimentais complexos e caros, apresentando algumas vantagens em relação aos laboratórios tradicionais quando combinado com experiências de baixo custo

Autor de correspondência. E-mail: lilausp@gmail.com.

Este é um artigo de acesso livre sob licença Creative Commons



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

Copyright © 2024, Copyright by Sociedade Brasileira de Física. Printed in Brazil.

anteriormente com o uso de aparelhos experimentais, muitos dos quais eram caros e difíceis de operar.

As tecnologias de comunicação móvel podem ser utilizadas em uma ampla gama de experimentos, especialmente em física, pois são equipadas com diversos sensores internos que registram dados físicos. Esses dados registrados pelos sensores internos podem ser empregados além das funções originais para as quais foram criados. Com a ajuda de um aplicativo, é possível realizar experiências qualitativas e quantitativas em uma vasta gama de áreas temáticas, particularmente nas aulas de física. As questões físicas, nesse caso, são diversas e aplicam-se, por exemplo, à forma da superfície de um líquido em rotação [1], ao momento de inércia de um *fidjet spinner* [2], à velocidade do som no ar [3], à máquina de Atwood, à conservação de energia, ao momento angular, à força de atrito [4] e às ondas estacionárias [5].

Este trabalho contribui para essas aplicações, apresentando um experimento para estudar o momento de inércia de um sistema de partículas. O experimento é construído com materiais de baixo custo e um smartphone com um aplicativo que registra a intensidade do campo magnético. Para tanto, escolheu-se o aplicativo Phyphox,¹ disponível para smartphones Android e iOS. A função magnetômetro do aplicativo foi utilizada com o propósito de medir o período de rotação de uma haste transversal com dois pesos acoplados. O período foi medido em função da distância dos pesos ao eixo de torção. O intuito é mostrar qual é a relação entre o momento de inércia e a distância das massas “pontuais” ao eixo de rotação.

2. Construção do aparato experimental

A configuração experimental, mostrada na Fig. 1, é composta por uma base giratória, uma haste com dois pesos, uma polia, um suporte de peso, uma caixa de madeira, uma borracha, um smartphone e um notebook. A base giratória é confeccionada utilizando um

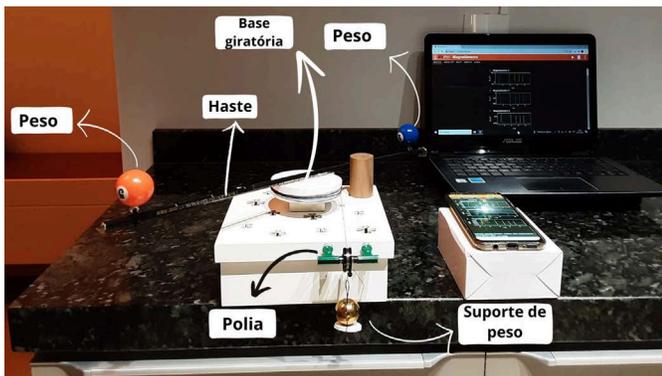


Figura 1 - Experimento na posição inicial.

fidjet spinner. Em um de seus lados, cole, com fita dupla face, um disco de papelão de diâmetro $(8,20 \pm 0,05)$ cm e, ao seu redor, cole um cilindro de papel cartão, conforme mostrado na Fig. 2. No outro lado do *spinner*, cole uma borracha. Fixe a base giratória na caixa de madeira, que serve como suporte para o experimento. A borracha tem o objetivo de elevar o *spinner*, evitando atrito com a caixa. Cole uma das extremidades de um fio no cilindro de papel cartão; a outra ponta deve ser presa ao suporte de peso. Esse suporte é constituído por um pedaço de papelão cortado no formato circular e, pelo seu centro, passe um pedaço de arame. Acrescente ao suporte uma bolinha de plástico, como mostrado na Fig. 1. O suporte de peso tem a função de fornecer o impulso para rotacionar o sistema.

A polia é construída com um rolamento retirado de um *fidjet spinner*, um pedaço de lápis com comprimento de $(5,94 \pm 0,05)$ cm, duas braçadeiras e dois prendedores de papel. Insira o pedaço de lápis no centro do rolamento, coloque as braçadeiras de náilon ao redor do rolamento e, em cada extremidade do lápis, coloque um prendedor de papel. Fixe a polia na caixa de madeira, alinhando-a ao raio da base giratória, conforme mostrado na Fig. 1.

A haste é composta por três lápis. Corte as pontas dos lápis e cole-os com supercola. Em uma das extremidades da haste, cole um pequeno ímã, conforme ilustrado na Fig. 1. Fixe o meio da haste no centro da base giratória. Os pesos usados são duas bolas de chaveiro de bilhar. Primeiramente, corte a corrente do chaveiro e, em seguida, cole uma porca na bolinha com supercola.



Figura 2 - Base giratória.

Prenda os pesos à haste usando abraçadeiras de náilon, que devem passar pelo centro da porca e ao redor do lápis.

3. Procedimento experimental

O arranjo experimental está ilustrado na Fig. 1. Inicialmente, posicione o smartphone na trajetória do ímã. Eleve o celular usando uma caixa, para aproximá-lo do ímã.

Foi utilizado o aplicativo Phyphox na função magnetômetro. Esse aplicativo permite o controle remoto por outros dispositivos, como notebook, tablet e celular, desde que estejam conectados à mesma rede Wi-Fi. Para isso, pressione os três pontinhos no canto superior direito do Phyphox e selecione a opção “Permitir acesso remoto”. Na tela, aparecerá a URL que deve ser digitada no navegador da internet. Nessa experiência, o notebook foi utilizado apenas para facilitar a transferência dos dados experimentais.

A função magnetômetro pode ser utilizada como um cronômetro. Cada vez que o ímã passa próximo ao smartphone, o Phyphox registra um pico do campo magnético. Assim, para medir o tempo que o sistema leva para dar uma volta, basta calcular o intervalo de tempo entre dois picos.

Enrole o fio na base giratória; o fio passa pela polia, deixando o suporte de peso pendurado, conforme ilustrado na Fig. 1. Marque uma posição na caixa de madeira para o sistema ficar em repouso e coloque um peso nessa marca, segurando a haste. Nesse trabalho, foi utilizado um cilindro de madeira. Quando o sistema for liberado, o suporte de peso será acelerado para baixo e, conseqüentemente, a base também sofrerá uma aceleração. Para que todas as medições sejam sujeitas à mesma força, mantenha o mesmo peso no suporte durante toda a experiência.

Posicione as bolinhas de bilhar simetricamente a uma distância de 5 cm do eixo de rotação. Pressione o botão para iniciar a coleta de dados do aplicativo e, em seguida, retire o cilindro para liberar o sistema. Interrompa as medições após a conclusão da primeira volta completa e salve os dados experimentais.

Repita as medições, aumentando a distância para 9 cm, 13 cm, 17 cm e 21 cm.

4. Modelo teórico

O momento de inércia é uma medida quantitativa da inércia rotacional de um corpo, ou seja, a oposição que o corpo apresenta a ter seu movimento de rotação em torno de um eixo alterado pela aplicação de um torque. Nas oscilações rotacionais, o período de oscilação T é diretamente proporcional à raiz quadrada do momento de inércia I do sistema, mais especificamente

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}}, \quad (1)$$

onde κ é uma constante, denominada de coeficiente de restituição, a qual pode ser obtida experimentalmente.

O momento de inércia I para um sistema de partícula é sempre especificado em relação a um eixo e é definido como a soma dos produtos obtidos pela multiplicação da massa pelo quadrado de sua distância ao eixo, ou seja,

$$I = \sum_i m_i r_i^2, \quad (2)$$

onde m_i e r_i são a massa e a distância ao eixo de rotação da i -ésima partícula de matéria de um determinado corpo.

Se duas partículas de massas iguais m estão conectadas rigidamente e têm a mesma distância r do eixo de rotação, seu momento de inércia é dado por

$$I_1 = 2mr^2. \quad (3)$$

O momento de inércia I , de um sistema que oscila com o período T , pode ser obtido a partir da Eq. (1)

$$I = \kappa \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2. \quad (4)$$

Entretanto, o momento de inércia I do sistema em estudo é constituído pelo momento de inércia I_1 dos dois pesos (dado pela Eq. (3)) e pelo momento de inércia I_0 do conjunto constituído pela barra e pela base giratória, ou seja,

$$I = 2mr^2 + I_0. \quad (5)$$

Combinando as Eqs. (4) e (5), obtém-se

$$\kappa \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 = 2mr^2 + \kappa \left(\frac{T_0}{2\pi} \right)^2, \quad (6)$$

ou

$$T^2 = ar^2 + T_0^2, \quad (7)$$

onde T é o período de oscilação do sistema, T_0 é o período de oscilação do conjunto e a é dado por $a = (8m\pi^2)/\kappa$. A Eq. (7) é a equação da reta, sendo a e T_0^2 os coeficientes angular e linear, respectivamente. Esses coeficientes podem ser determinados experimentalmente. Para isso, usa-se a regressão linear no gráfico do quadrado do período T em função do quadrado da distância r . O coeficiente de restituição κ é calculado a partir do coeficiente angular da reta, se a massa m é conhecida.

5. Análises dos dados

O aplicativo *Phyphox* permite a extração das componentes x , y e z do campo magnético, bem como seu

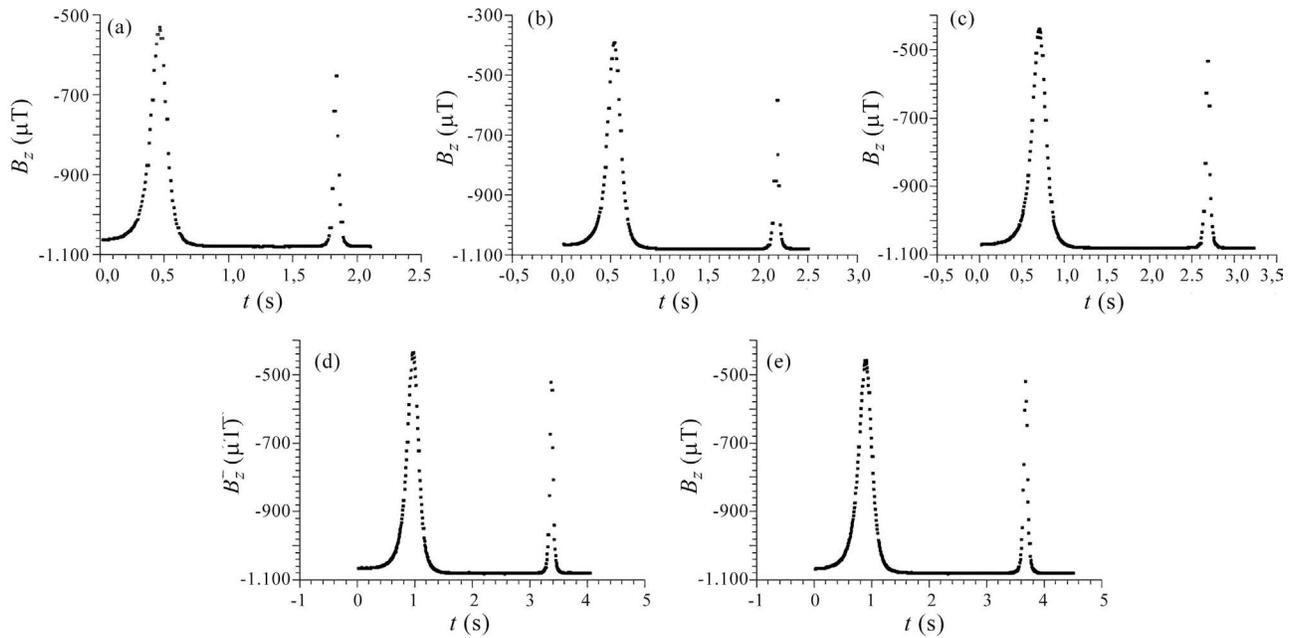


Figura 3 - Componente z do campo magnético \mathbf{B} em função do tempo. Distância r entre o peso e o eixo de rotação: (a) 5 cm, (b) 9 cm, (c) 13 cm, (d) 17 cm e (e) 21 cm.

total. Todos esses valores do campo \mathbf{B} estão em função do tempo e podem ser utilizados como cronômetro para medir o período de rotação. Todas as componentes do campo \mathbf{B} fornecem o mesmo período, mas optamos por utilizar a componente z. O campo magnético é variável no tempo, porque sua magnitude em um ponto de observação varia com sua distância da fonte, ou seja, devido à localização do ímã em relação ao sensor. Os picos vistos na Fig. 3 podem ser explicados dessa maneira. O período de rotação é igual ao intervalo de tempo entre dois picos sucessivos. As coordenadas de tempo são obtidas utilizando o cursor de dados. As incertezas associadas ao campo magnético e ao tempo são $1,0 \times 10^{-12} \mu\text{T}$ e $1,0 \times 10^{-9} \text{s}$ respectivamente. Como são pequenas, as barras de incertezas não são perceptíveis no gráfico. As incertezas foram adotadas como sendo a menor medida que o Phyphox é capaz de fazer.

A Tabela 1 mostra o período T obtido experimentalmente para cada distância r entre o eixo de torção e os pesos. Com os dados da Tabela 1, construiu-se o gráfico apresentado na Fig. 4.

No gráfico, foram incluídas as incertezas associadas às variáveis T^2 e r^2 . Elas foram encontradas pela pro-

pagação do erro para o produto [6]. As incertezas do quadrado do período são da ordem 10^{-8}s^2 e por isso não são perceptíveis.

Na Fig. 4, a relação entre T^2 e r^2 é mostrada graficamente. Por meio da regressão linear do gráfico $T^2 \times r^2$, obtém-se a equação da reta

$$T^2 = 0,0140r^2 + 1,60. \quad (8)$$

Comparando as Eqs. (7) e (8), encontra-se que a inclinação da reta é igual a $(0,0140 \pm 0,0002) \text{s}^2/\text{cm}^2 = (140 \pm 2) \text{s}^2/\text{m}^2$ e o coeficiente linear da reta é igual $T_0^2 = (1,60 \pm 0,05) \text{s}^2$. Como a massa do peso é conhecida e é igual a $m = (0,03100 \pm 0,00001) \text{kg}$, o coeficiente de restituição κ pode ser calculado a partir do coeficiente angular da reta dado pela Eq. (7), e usando posteriormente a propagação da incerteza para a divisão [6], encontra-se $\kappa = (0,01748 \pm 0,00025) \text{Nm}$.

Como a posição da base giratória e da haste não são alteradas durante a experiência, pode-se apenas ajustar as localizações dos dois pesos. Dessa maneira, o momento de inércia da base mais a haste permanece constante. Logo, a única variação do momento de inércia que pode ser medida é a dos pesos. Observa-se no gráfico da Fig. 4 que o quadrado do período de oscilação é maior quanto maior for o quadrado da distância dos pesos ao eixo de rotação. Esse resultado, juntamente com as Eqs. (4) e (3), comprova a proporcionalidade entre o momento de inércia da carga “pontual” e o quadrado da distância ao eixo de rotação.

6. Considerações finais

A combinação entre um experimento de baixo custo e o smartphone resulta em uma solução de custo

Tabela 1: Distância r entre o peso e o eixo de rotação e o período T .

Distância r (cm)	Período T (s)
$5,00 \pm 0,05$	$1,391723633 \pm 0,000000001$
$9,00 \pm 0,05$	$1,646514893 \pm 0,000000001$
$13,00 \pm 0,05$	$1,987548828 \pm 0,000000001$
$17,00 \pm 0,05$	$2,395050049 \pm 0,000000001$
$21,00 \pm 0,05$	$2,775970459 \pm 0,000000001$

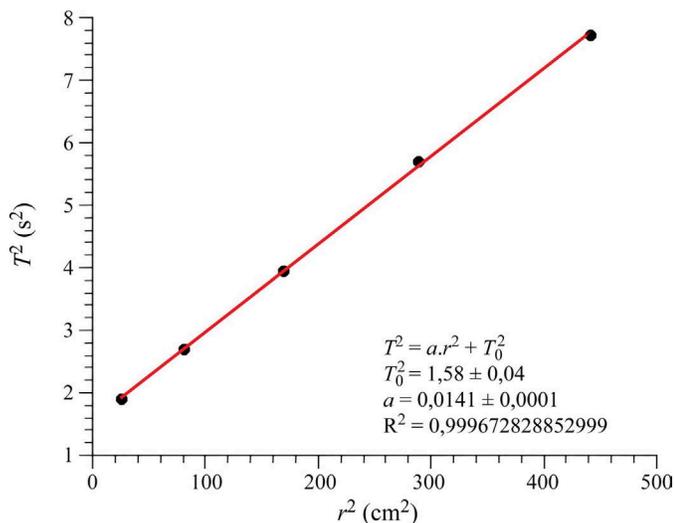


Figura 4 - Gráfico do quadrado do período de rotação T^2 em função do quadrado da distância r^2 .

relativamente baixo, considerando que o smartphone é hoje um item de uso doméstico, tornando-se uma alternativa conveniente para a implementação de um labo-

ratório didático de física, reduzindo o orçamento do laboratório. Além disso, o smartphone é um dispositivo robusto e versátil, capaz de medir de maneira precisa, conveniente e reproduzível grandezas físicas, como, por exemplo, campos magnéticos, aceleração e velocidade angular. Isso cria uma oportunidade para um novo paradigma na pedagogia da física.

O experimento apresentado demonstrou que o sensor de campo **B** de um smartphone é confiável como cronômetro para medir o período de rotação, possibilitando confirmar que o período de rotação dos pesos aumenta conforme aumenta a distância deles ao eixo de rotação. Consequentemente, o momento de inércia de partículas “pontuais” é proporcional ao quadrado da distância ao eixo de rotação.

Este artigo é uma excelente alternativa para introduzir o conceito de momento de inércia a jovens aprendizes, enriquecendo as aulas práticas e possibilitando a comprovação da teoria vista em sala de aula.

Recebido em: 15 de Fevereiro de 2024

Aceito em: 23 de Setembro de 2024

Nota

¹Para o sistema operacional iOS, <https://apps.apple.com/br/app/phyphox/id1127319693>, e para o Android, https://play.google.com/store/apps/details?id=de.rwth_aachen.phyphox, acesso em 17/01/2023.

Referências

- [1] E. Pereira, Revista Brasileira de Ensino de Física **43**, e20210168 (2021). [doi](#)
- [2] E. Pereira, The Physics Teacher **59**, 577 (2021). [doi](#)
- [3] F.J.S. Pontes, A Física na Escola **21**, 230026 (2023). [doi](#)
- [4] G.F. Marranghello, A.F. Maia, J.M. Neves, A Física na Escola **20**(1), 210507 (2022).
- [5] T.A.S.M. Sampaio, R.P. Souza, M.I.O. Figueiredo, W.S. Souza, A Física na Escola **20**(1), 220703 (2022).
- [6] P. Fornasini, *The Uncertainty in Physical Measurements: An Introduction to Data Analysis in the Physics Laboratory* (Springer, New York, 2008).