

Proposta de atividade experimental para o ensino de oscilações Amortecidas com o uso do sensor de campo magnético do *smartphone*

Moacy José Stoffes Junior¹ , Gabriele Shimizu Aleixo², Clever Reis Stein²

¹Instituto Federal do Paraná, Telêmaco Borba, PR, Brasil.

²Instituto Federal de Rondônia, Porto Velho, RO, Brasil.

Palavras-chave

oscilações amortecidas
aplicativo
ensino de física
magnetômetro

Resumo

Uma das características mais notáveis presentes na natureza é o fato de diversos movimentos se repetirem em determinados intervalos de tempo. Esse comportamento é observado em fenômenos presentes no dia a dia, como o movimento de um pêndulo ou a vibração de um cristal. Tais fenômenos chamamos de oscilação, a qual é essencial na física por descrever diversos sistemas naturais. Diante dessa relevância, fica evidente que a percepção dos estudantes desse tema é imprescindível para o entendimento de diversos fenômenos físicos. Nesse contexto, a experimentação acompanhada de uma sequência didática pode contribuir no processo de ensino-aprendizagem. Neste trabalho, apresentamos um aparato experimental de baixo custo que pode ser utilizado para estudar aspectos qualitativos e quantitativos de um oscilador amortecido. Ele consiste, basicamente, em uma mangueira em forma de U, na qual uma coluna de líquido oscila quando é produzido um desnível entre os ramos, e um conjunto flutuante composto por uma cortiça e ímã, um *smartphone* e um aplicativo para obtenção dos dados. Por fim, como a atividade aqui proposta inclui recursos tecnológicos, acreditamos que possa motivar os estudantes, uma vez que associa um equipamento cada dia mais presente no cotidiano à execução de um experimento de física.

1. Introdução

O estudo dos movimentos oscilatórios tem uma relevância histórica no desenvolvimento da física como ciência, pois essa teoria é básica para o entendimento de inúmeros fenômenos físicos. Além da compreensão da ciência básica, o estudo das oscilações contribui para o desenvolvimento tecnológico em

áreas diversificadas do conhecimento. Na área da saúde, por exemplo, vem sendo utilizado no estudo da dinâmica dos neurônios quanto aos disparos periódicos ou não mediante estímulos externos [1] dos movimentos e do comportamento de membranas biológicas [2, 3]; na área da física teórica, vem sendo aplicado em soluções de osciladores harmônico e anarmônico

Além da compreensão da ciência básica, o estudo das oscilações contribui para o desenvolvimento tecnológico em diversas áreas do conhecimento, como na saúde e física teórica

Autor de correspondência. E-mail: moacy.stoffes@ifpr.edu.br

Este é um artigo de acesso livre sob licença Creative Commons



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

Copyright © 2024, Copyright by Sociedade Brasileira de Física. Printed in Brazil.

quártico [4], na aplicação e solução de problemas quânticos [5] e nos movimentos oscilatórios bidimensionais [6, 7].

Do ponto de vista didático-pedagógico, a compreensão dos osciladores desempenha um papel fundamental no ensino de física, uma vez que esse tema é amplamente utilizado para explicar inúmeros fenômenos físicos. Nesse contexto, é recorrente o professor utilizar a analogia entre o oscilador harmônico e o sistema físico abordado [8, 9]. Somado a esse fator, é relevante destacar que as práticas experimentais constituem uma valiosa estratégia didática para o ensino de física [10].

Com base nessa conjuntura, apresentamos no presente artigo a construção de um oscilador que utiliza uma mangueira em forma de U, fixada em uma placa retangular de madeira, por onde um líquido pode oscilar, e um pedaço de cortiça onde foi embutido um pequeno ímã de neodímio, para que o conjunto flutue na superfície do líquido oscilante e produza um sinal magnético que possa ser lido pelo sensor do *smartphone* e registrado no aplicativo Physics Toolbox Sensor Suite [11]. Dessa maneira, afere-se o período de oscilação entre os picos do campo magnético, permitindo-se calcular as demais variáveis no sistema. Há que se ressaltar que o *smartphone* é uma ferramenta que vem sendo utilizada com sucesso para o estudo experimental de diversos fenômenos físicos, como aceleração e velocidade de um objeto em um plano inclinado [12], medida do campo magnético [13] e espectro da luz [14].

A partir de um desnível produzido por um sopro em um dos ramos da mangueira, o líquido inicia seu movimento oscilatório, tendo em vista que o ímã está incrustado na cortiça; dessa maneira, o conjunto flutua sobre a coluna de líquido, sendo registrado o tempo e a intensidade do campo magnético simultaneamente no aplicativo.

A observação do movimento da coluna de líquido permite constatar o caráter amortecido do movimento, uma vez que sua amplitude decai devido à viscosidade do fluido, que provoca uma força resistiva entre o líquido e a superfície interna do tubo. Vamos supor que a referida força resistiva seja diretamente proporcional à velocidade relativa entre o fluido e o tubo e, portanto, a amplitude de oscilação decaia exponencialmente [15]. Outro aspecto relevante do experimento são os dados obtidos pelo aplicativo, por meio dos quais é possível determinar o período de oscilação, a frequência angular e a frequência da coluna de líquido.

2. Oscilação de um líquido em um tubo em forma de U

A descrição do movimento de oscilação de uma coluna de líquido no interior de um tubo vertical em forma de U, semelhante ao exibido na Fig. 1, torna-se

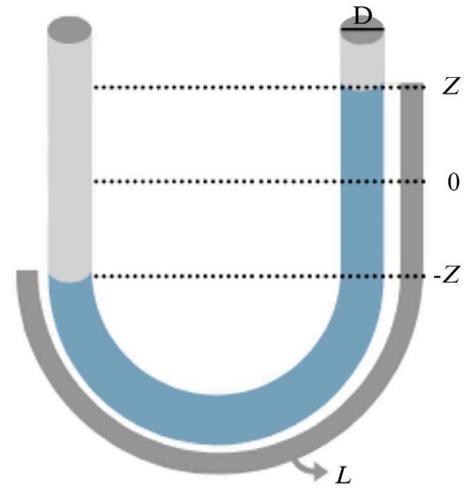


Figura 1 - Coluna de líquido no interior de um tubo em U vertical com uma diferença de pressão no final dos terminais. Liberando a pressão, a coluna líquida oscila entre a amplitude $A_0 = \pm z$.

trivial quando se pode desprezar a viscosidade e a força devido à tensão superficial.

Adotam-se L para o comprimento da coluna do líquido, g para a intensidade da aceleração da gravidade, S para a área de seção transversal do tubo, ρ para a densidade do líquido, z para a altura do desnível da coluna de líquido e D para o diâmetro do tubo. Como as duas extremidades do tubo estão abertas, a diferença de pressão entre os ramos é dada por [16]

$$\Delta p = 2\rho g z. \quad (1)$$

Aplicando-se a segunda lei de Newton e empregando-se a notação diferencial

$$F_z = m \frac{d^2 z}{dt^2} = m \ddot{z}, \quad (2)$$

onde m é a massa do líquido oscilante, que corresponde ao produto do volume ($V = SL$) pela densidade (ρ) do líquido utilizado, dessa maneira a intensidade da força resultante pode ser expressa do seguinte modo:

$$F = -\Delta p S, \quad (3)$$

onde Δp é a diferença de pressão entre os dois ramos do tubo em forma de U. Substituindo-se a Eq. (3) na Eq. (2), obtém-se a equação de movimento

$$\ddot{z} + \omega_0^2 z = 0, \quad (4)$$

onde a frequência angular ω_0 é dada por

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{L}}. \quad (5)$$

O sistema dinâmico descrito pela Eq. (4) é análogo ao oscilador harmônico simples, o qual tem solução [17]

$$z = A_0 \cos(\omega_0 t - \delta), \quad (6)$$

onde A_0 é a amplitude de oscilação do movimento e δ é uma fase em radianos, onde ambos são facilmente determinados pelas condições iniciais do experimento. Dessa maneira, a frequência angular ω_0 está relacionada ao período de oscilação T pela equação

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}, \quad (7)$$

logo o período de oscilação é dado por

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{2g}}. \quad (8)$$

Todavia, a Eq. (6) descreve um oscilador harmônico simples, o qual não representa o movimento real de um fluido no interior de um tubo em forma de U. Considerando-se o fluido incompressível e de baixa viscosidade, a equação de Hagen-Poiseuille [18] constitui um modelo mais adequado, pois leva em consideração a resistência hidráulica do sistema, que ocorre principalmente devido ao atrito entre o líquido e a superfície interna do tubo. Para um regime de fluxo laminar a baixas velocidades, a força relacionada ao atrito é proporcional à velocidade do líquido [18]. Desse modo, deve-se considerar o termo da força devido ao amortecimento

$$F_{at} = -\gamma \dot{z}, \quad (9)$$

onde $\gamma = \frac{32SL\eta}{D^2}$ e η é a viscosidade dinâmica [19].

Logo, a intensidade da força resultante se torna

$$F = -\Delta p S - \gamma \dot{z}. \quad (10)$$

Após inserir-se a Eq. (9) na Eq. (2), obtém-se a equação de movimento

$$\ddot{z} + 2\alpha \dot{z} + \omega_0^2 z = 0, \quad (11)$$

onde o coeficiente de amortecimento do sistema é $\alpha = \frac{\gamma}{2\rho SL}$.

A Eq. (11) é uma equação diferencial linear homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes [20]. Ela é equivalente à clássica equação de movimento do oscilador harmônico simples amortecido e tem três possíveis soluções, dependendo do valor de seus coeficientes: subamortecimento, quando $\omega_0^2 > \alpha^2$; amortecimento crítico, quando $\omega_0^2 = \alpha^2$, e sobre-amortecimento, quando $\omega_0^2 < \alpha^2$. No experimento desenvolvido, utilizaram-se líquidos de baixa viscosidade, de modo que o modelo subamortecido é o mais adequado e sua solução é [16, 17]

$$z = A_0 e^{-\alpha t} \cos(\omega_1 t - \delta), \quad (12)$$

onde a frequência angular de oscilação é

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}, \quad (13)$$

logo o período de oscilação T é computado pela seguinte expressão:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho^2 L}{2g\rho^2 - \frac{256L\eta^2}{D^4}}}. \quad (14)$$

A amplitude máxima de oscilação diminui com o tempo devido ao fator $e^{-\alpha t}$ da Eq. (12). Assim, o movimento tem sua amplitude dada por

$$A = \pm A_0 e^{-\alpha t}. \quad (15)$$

Os resultados experimentais que serão apresentados mais adiante mostram que o modelo teórico aqui proposto representa adequadamente o fenômeno em estudo, como também é viável para aplicação didática, posto que as equações obtidas não são demasiadamente complicadas.

3. Aparato experimental e materiais utilizados

O experimento foi construído de modo a possibilitar o uso do sensor de campo magnético do *smartphone* para medir o período de oscilação de uma coluna de líquido em tubo em forma de U. A Fig. 2 ilustra o aparato experimental desenvolvido. Além do oscilador, o experimento é composto por um *smartphone* com o aplicativo gratuito Physics Toolbox Sensor Suite e uma cortiça na qual é embutido um pequeno ímã de neodímio-ferro-boro. Dessa maneira, a cortiça junto ao ímã flutuará sobre a superfície do líquido, oscilando com a mesma frequência de oscilação do fluido. A seguir, apresentamos a relação dos materiais utilizados na construção do aparato experimental:

- chapa de compensado com espessura de 10 mm, medindo 0,9 m × 1,5 m;
- mangueira transparente de 1" de diâmetro e 1,5 m de comprimento;
- mangueira transparente de 3/4" de diâmetro e 1,5 m de comprimento;
- 10 folhas de papel A4 milimetrado;
- cola para madeira e papel;
- 9 abraçadeiras em U para 1";
- 9 abraçadeiras em U para 3/4";
- chave de fenda cruzada;
- fita métrica;
- 18 parafusos 10 mm para madeira;
- fita adesiva;
- caneta marcador permanente (para marcar a cada 10 cm na mangueira, facilita para verificar o valor de L e z_0);

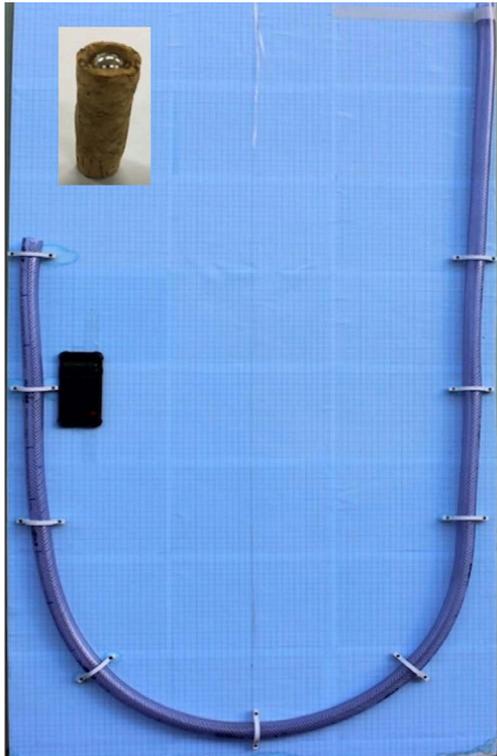


Figura 2 - Imagem do aparato experimental, composto por uma base de compensado, folhas de papel milimetrado, um *smartphone*, uma mangueira e o conjunto cortiça-ímã (em detalhe no inserte), o qual flutua sobre a coluna de líquido dentro da mangueira e gera o sinal magnético.

- *smartphone*;
- cortiça (rolha de garrafa de vinho);
- 1 ímã de neodímio-ferro-boro esfera 3 mm;
- 1 becker;
- água.

Inicialmente, as folhas de papel A4 milimetrado foram coladas sobre a placa retangular de madeira. Posteriormente, a mangueira foi posicionada em forma de U sobre a chapa, sendo fixada com as abraçadeiras e parafusos. Já na construção do conjunto flutuante ímã-cortiça, foi feita uma pequena cavidade na cortiça na qual foi fixado o ímã.

4. Metodologia

Na execução do experimento, inicialmente utilizamos o becker para adicionar água ao oscilador até atingir uma altura de 25 cm abaixo da extremidade do ramo mais curto; a seguir, inserimos o conjunto ímã-cortiça e fixamos o *smartphone* com a fita adesiva próximo à posição de equilíbrio da lâmina d'água, conforme mostra a Fig. 2. Esse posicionamento foi feito de tal modo que o sensor indicasse a maior intensidade de campo magnético, assegurando, desse modo que, quando o sensor indicasse um pico de intensidade do campo magnético, o ímã estivesse na posição de equilíbrio. O próximo passo consistiu em criar um desnível

z_0 acima da posição do *smartphone* por meio de um sopro. Essa amplitude inicial foi facilmente medida utilizando o papel milimetrado, o qual também foi útil para visualizar o comportamento amortecido do movimento.

Em ato contínuo, foi iniciado o aplicativo Physics Toolbox Sensor Suite, selecionando-se a função magnetômetro e liberando-se o líquido para oscilar. O aplicativo mostrou instantaneamente a variação da intensidade do campo magnético em função do tempo, conforme ilustrado em detalhes na Fig. 3. Além dessa demonstração, após finalizadas as medidas, os dados foram exportados em um arquivo com extensão .xlsx e podem ser acessados com *softwares* de planilha eletrônica como Microsoft Excel, Numbers, Google Planilhas, entre outros. Assim, essa funcionalidade permitiu a construção de gráficos e análises mais detalhadas.

Com o intuito de avaliar o efeito do diâmetro do tubo no período de oscilação, iniciou-se o experimento utilizando uma mangueira de diâmetro de 1" ($\cong 0,025$ m); posteriormente, esta foi substituída pela mangueira de diâmetro 3/4" ($\cong 0,019$ m). Também

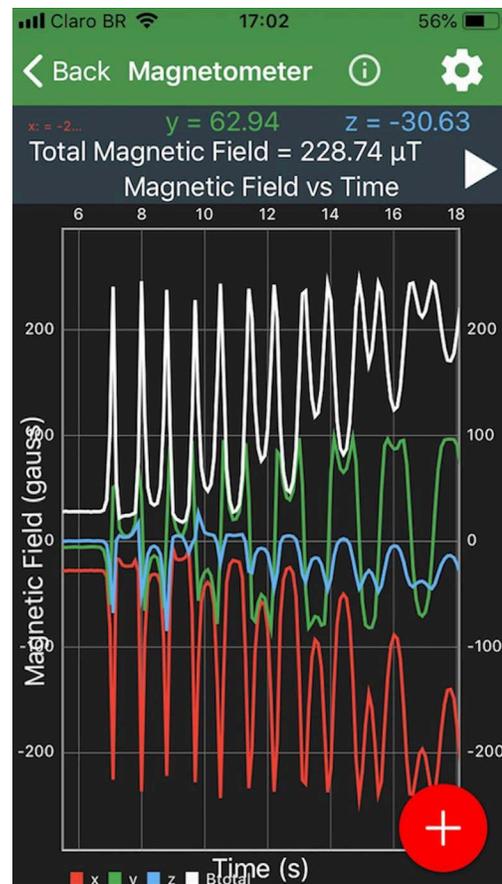


Figura 3 - Interface do aplicativo Physics Toolbox Sensor Suite na opção magnetômetro. Em detalhe, o gráfico da intensidade do campo magnético *versus* tempo obtido após a medição.

foram realizadas medidas variando o comprimento (L) e a altura inicial (z_0) da coluna de líquido.

5. Resultados

O estudo de osciladores mecânicos envolve diversas grandezas físicas: força; amplitude, frequência, período de oscilação, frequência angular, aceleração, velocidade, deslocamento e energia. A abordagem principal neste trabalho foi a obtenção por medição direta do período de oscilação da coluna de líquido no tubo em forma de U. Contudo, esses resultados possibilitaram uma descrição completa do movimento.

A Fig. 4 apresenta o gráfico da variação da intensidade do campo magnético B em função do tempo (t); os dados foram obtidos pelo aplicativo e exportados para o computador. Nessa configuração, utilizamos o oscilador construído com o tubo de 1", o líquido foi elevado a uma altura $z_0 = 0,10$ m acima da posição de equilíbrio e o comprimento da coluna de líquido foi de 1,47 m.

O sensor de campo magnético do *smartphone* fica fixo na posição de equilíbrio do fluido, de modo que o período de oscilação é o intervalo de tempo entre três picos consecutivos, conforme ilustrado na Fig. 4; com esse procedimento, pode-se extrair os períodos das oscilações realizadas pelo líquido. Os períodos de oscilação aferidos no experimento apresentado na Fig. 4 foram: $T_1 = 1,70$ s, $T_2 = 1,71$ s, $T_3 = 1,71$ s e $T_4 = 1,70$ s. Utilizando o valor da densidade $\rho = 9,97 \times 10^2$ kg/m³ e da viscosidade dinâmica $\eta = 1,00 \times 10^{-3}$ Pa.s para água a 20 °C [18] e $g = 9,78$ m/s² [21] e aplicando esses valores na Eq. (13) obtemos um período de oscilação teórico $T = 1,72$ s.

A princípio, é importante destacar que a curva obtida na Fig. 4 não é o deslocamento da massa de líquido descrito pela Eq. (11), mas sim a variação da intensidade do campo magnético produzido pelo ímã que está acoplado à cortiça que flutua em uma das

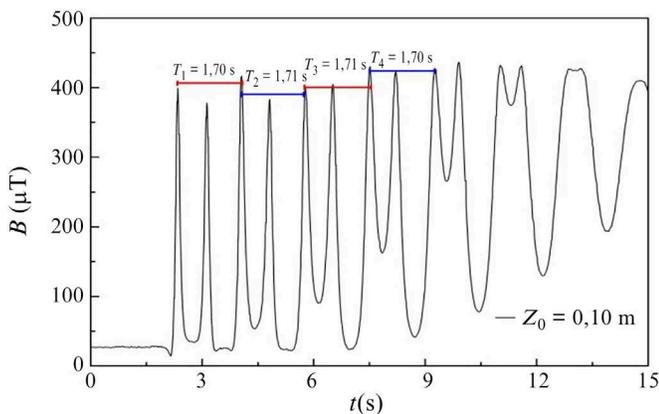


Figura 4 - Gráfico da variação da intensidade do campo magnético B em função do tempo (t) para a amplitude máxima de oscilação $z_0 = 0,10$ m, utilizando a mangueira de 1". Na parte superior estão ilustradas pelas barras vermelhas e azuis as medidas dos períodos de oscilação da coluna de líquido.

superfícies da coluna d'água. Os máximos da curva ocorrem toda vez que o ímã passa na posição de equilíbrio, região na qual ele está mais próximo do sensor de campo magnético do *smartphone*. Já os mínimos são obtidos quando o ímã se encontra mais distante do sensor, ou seja, $z = A$ ou $z = -A$. Para o oscilador iniciar seu movimento, é necessário produzir um desnível em relação à posição de equilíbrio; no caso da Fig. 4, o desnível é $z_0 = 0,10$ m. Assim, no primeiro mínimo, que ocorre em $t = 2,16$ s, o oscilador encontra-se acima da posição de equilíbrio em $z = A$; já no segundo mínimo, em $t = 2,68$ s, sua posição é $z = -A$, abaixo do ponto de equilíbrio. Seguindo o raciocínio, pode-se determinar se o oscilador se encontra abaixo ou acima da posição $z = 0$.

A coluna de líquido oscila com uma frequência ω_1 , contudo o termo $e^{-\alpha t}$ das Eq. (12) e (15) diminui a amplitude do movimento. Utilizando $\rho = 9,97 \times 10^2$ kg/m³ e $\eta = 1,00 \times 10^{-3}$ Pa.s para água a 20 °C [18], obtém-se um coeficiente de amortecimento $\alpha = 0,026$ s⁻¹. Por exemplo, para $t = 10$ s, $e^{-0,26}$, a amplitude do movimento estaria reduzida a 77% do seu valor inicial. Desse modo, fica evidenciado de forma experimental o caráter amortecido do movimento oscilatório, conforme encontrado na literatura [15].

A oscilação de uma coluna de líquido envolve vários parâmetros: aceleração da gravidade, diâmetro do tubo, comprimento da coluna, altura inicial, densidade e viscosidade do líquido. Em vista disso, o experimento permite inúmeras configurações de execução experimental. Na Fig. 5 estão representadas duas medições utilizando a mangueira de 3/4", com o mesmo comprimento da coluna de líquido $L = 1,33$ m; porém, variamos a amplitude inicial do movimento, a saber: $z_0 = 0,15$ m e $z_0 = 0,20$ m.

Na Tabela 1 são apresentados os períodos de oscilação das medidas expostas na Fig. 5. A análise desses dados evidencia que o período de oscilação independe

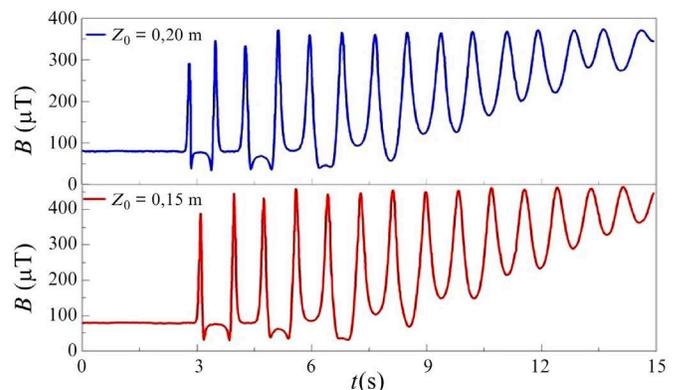


Figura 5 - Gráfico da variação da intensidade do campo magnético B em função do tempo t , para a amplitude máxima de oscilação $z_0 = 0,20$ m, curva em azul, e $z_0 = 0,15$ m, curva em vermelho. Foi utilizada a mangueira de 3/4".

da altura inicial z_0 e que estão de acordo com o esperado pela Eq. (14).

Por fim, ressaltamos que, além da produção de dados experimentais dos períodos de oscilação da coluna de líquido, o experimento possui uma conotação lúdica, pois possibilita ao aprendiz visualizar o movimento de oscilação, aferir a amplitude do movimento e o amortecimento no deslocamento e, aliado a esse fato, traz o *smartphone* como atrativo tecnológico para conquistar a atenção e o envolvimento dos alunos na atividade experimental.

6. Conclusão

Neste artigo apresentamos um aparato experimental que permite obter o período de oscilação de uma coluna de líquido em um tubo em forma de U. Também foi possível estudar outras características presentes nesse sistema físico, como o amortecimento devido, principalmente, às perdas de energia por atrito.

Em síntese, destacamos que este é um experimento de baixo custo e fácil construção, dispensando a necessidade de componentes eletrônicos. A coleta de dados é

Tabela 1: Períodos de oscilação da coluna de líquido extraído dos experimentos apresentados na (Fig. 5).

Z_0 (m)	T_1 (s)	T_2 (s)	T_3 (s)	T_4 (s)
0,15	1,67	1,67	1,70	1,70
0,20	1,68	1,70	1,70	1,70

realizada pelo sensor de campo magnético existente no *smartphone* por meio do aplicativo gratuito Physics Toolbox Sensor Suite. Nesse ponto, a inclusão do *smartphone* tem como propósito estabelecer uma eficaz conexão com o mundo tecnológico, valendo-se de um dispositivo amplamente utilizado pelos alunos para a realização de um experimento de física, o que, do ponto de vista contemporâneo, atende a um dos grandes desafios da educação: incluir as tecnologias utilizadas no cotidiano dos estudantes no contexto educacional.

Recebido em: 27 de Julho de 2023

Aceito em: 23 de Janeiro de 2024

Referências

- [1] R.R. Borges, K.C. Iarosz, A.M. Batista, I.L. Caldas, F.S. Borges, E.L. Lameu, Revista Brasileira de Ensino de Física **37**, 2310 (2015). doi
- [2] R. Larter, Chemical Reviews **90**, 355 (1990).
- [3] I. Taichi, O. Hidenori, T. Takanori, Y. Takeo, Journal of Membrane Science **448**, 231 (2013).
- [4] G.A. Monerat, L.G. Ferreira-Filho, E.V.C. Silva, P.P. Silva, L.B. Leal, G. Oliveira-Neto, Revista Brasileira de Ensino de Física **39**, 1308 (2017). doi
- [5] D.R.M. Pimentel, A.S. de Castro, Revista Brasileira de Ensino de Física **35**, 3303 (2013).
- [6] C.R. Cena, O.C.N. Pereira, V.M. Pereira, T.A. Canassa, R.C. Viscovini, Revista Brasileira de Ensino de Física **36**, 2314 (2014). doi
- [7] F. Baraúna, J. Furtado, S. Perez, Revista Brasileira de Ensino de Física **37**, 3310 (2015). doi
- [8] P.V.S. Souza, C.J.V. da Silva, W.F. Balthazar, Revista Brasileira de Ensino de Física **41**, e20180257 (2019). doi
- [9] L.O. Pereira, D.S.R. Ferreira, R.P. Freitas, A.R. Pimenta, V.S. Feliz, E.A.S. Gonçalves, R.S. Dutra, Revista Brasileira de Ensino de Física **43**, e20200498 (2021). doi
- [10] M.S.T. Araújo, M.L.V.S. Abib, Revista Brasileira de Ensino de Física **25**, 176 (2003).
- [11] Vieyra Software, Physics Toolbox Sensor Suite. Disponível em: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.chrystianvieyra.physicstoolboxsuite&hl=zu>.
- [12] S. Kapuku, Physics Education **52**, 055003 (2017). doi
- [13] B. Setiawan, R.D. Septianto, D. Suhendra, F. Iskandar, Physics Education **52**, 065011 (2017). doi
- [14] E.G. Szigety, L.J. Bernal, L. Bilbao, G.H. Pérez, Caderno Brasileiro de Ensino de Física **37**, 263 (2020). doi
- [15] H.M. Aguilar, R.F. Maldonado, L. B. Navarro, Physics Education **53**, 015005 (2018). doi
- [16] H.M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica - 2: Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor* (Edgard Blücher, São Paulo, 2002).
- [17] S.T. Thornton, J.B. Marion, *Dinâmica Clássica de Partículas e Sistemas* (Cengage Learning, São Paulo, 2011).
- [18] Y.A. Cengel, M. Cimbala, *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications* (McGraw-Hill, New York, 2004).
- [19] U-Tube Liquid Filled Manometers, *About Instrumentation*, disponível em: <http://aboutinstrumentation.blogspot.com/2013/03/u-tube-liquid-filled-manometers.html>, acesso em 20 de abril de 2023.
- [20] W.E. Boyce, R.C. DiPrima, *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno* (LTC, Rio de Janeiro, 2002).
- [21] W. Lopes, Caderno Brasileiro de Ensino de Física **25**, 561 (2008).