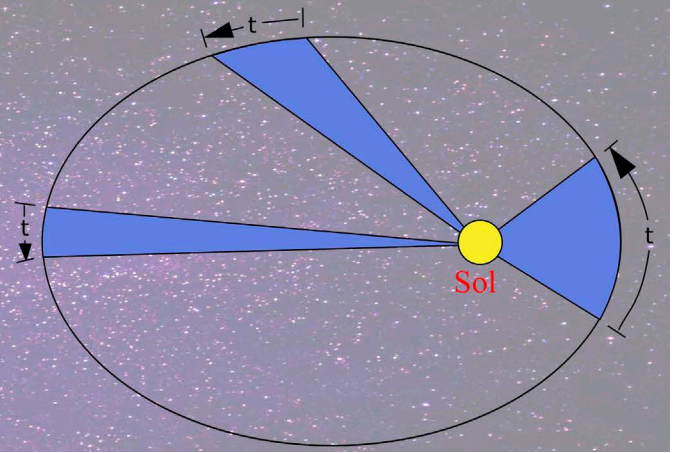


# Simulações computacionais do software GeoGebra para auxiliar no ensino das leis de Kepler



Ana Patrícia de Paula Matos<sup>1</sup> , Marco Aurélio do Espírito Santo<sup>2,#</sup> , Paulo Victor Santos Souza<sup>2</sup> 

<sup>1</sup>Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro, CIEP 295 Professora Glória Roussim Guedes Pinto, Volta Redonda, RJ, Brasil.

<sup>2</sup>Instituto Federal do Rio de Janeiro, Campus Volta Redonda, Volta Redonda, RJ, Brasil.

## Palavras-chave

software GeoGebra  
leis de Kepler  
ensino de física

## Resumo

O uso de simulações computacionais é uma estratégia eficaz para abordagem de diversos conteúdos em física e astronomia, tendo em vista as possibilidades que computadores, *tablets* e *smartphones* podem oferecer ao ensino de ciências. Neste artigo são descritas simulações computacionais construídas no GeoGebra para o ensino das leis de Kepler. As simulações foram construídas com as excentricidades originais dos oito planetas do sistema solar, permitindo o estudo das órbitas e das características geométricas das elipses, a comparação da órbita de baixa excentricidade dos planetas com a órbita de alta excentricidade de um cometa, a constatação da variação da velocidade orbital, o estudo da velocidade orbital de um exoplaneta e o estudo da lei dos períodos. As simulações são autoexplicativas, não necessitando de conhecimento prévio para serem utilizadas. Elas foram elaboradas para o ensino remoto emergencial durante a pandemia da covid-19, sendo utilizadas por seis turmas de Ensino Médio, o que proporcionou um ensino mais lúdico e interativo. Os resultados obtidos com uma utilização piloto das simulações sugerem que as mesmas permitem uma abordagem mais rica e estimulante para os alunos, facilitando o aprendizado e potencializando a participação e o interesse da turma.

# Autor de correspondência. E-mail: marco.santo@ifrj.edu.br.

Este é um artigo de acesso livre sob licença Creative Commons



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

Copyright © 2023, Copyright by Sociedade Brasileira de Física. Printed in Brazil.

## 1. Introdução

O problema da forma órbita dos planetas foi resolvido por Johannes Kepler, em 1609. Ele utilizou os dados observacionais obtidos pelo dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601). Tais informações sistematizadas foram fundamentais para Kepler constatar que as órbitas eram elípticas e não circulares, como se acreditava na época, pois elas são elipses de baixíssima

excentricidade, ou seja, quase circulares [1].

Nos livros didáticos dos níveis fundamental e médio, e mesmo em livros de nível superior, a trajetória dos planetas é apresentada de forma excessivamente achatadas com

**O problema da forma órbita dos planetas foi resolvido por Johannes Kepler a partir dos dados observacionais de Tycho Brahe**

excentricidades altas e diferentes das órbitas originais. Segundo Canalle [2], isto é um erro grave que pode levar à conclusão equivocada por parte de

alunos e professores sobre a forma

da trajetória ou mesmo levar a transmissão de uma informação completamente errada por parte dos professores e autores de livros didáticos. Adicionalmente, a abordagem das leis de Kepler é tradicionalmente realizada com a utilização de figuras estáticas e resolução de exercícios, relegando aos estudantes um papel pouco ativo e de aceitação.

Uma estratégia interessante para abordar as leis de Kepler de uma forma mais lúdica, é através do emprego de simulações computacionais. Com elas, o próprio aluno faz observações, neste caso, virtual, elabora e testa hipóteses e fórmula explicações com a mediação do docente.

Para contribuir para um ensino das leis de Kepler mais lúdico e didático, este artigo apresenta um conjunto de simulações desenvolvidas no programa GeoGebra. Elas utilizam as excentricidades reais dos planetas apresentando órbitas e períodos próximos do real. As simulações são autoexplicativas, de forma que professores e estudantes não precisam conhecer a rotina do programa para utilizá-las. Elas são disponibilizadas através de *links* e podem ser acessados por meio de computadores, *tablets* e *smartphones*. Em conjunto com as simulações, foram propostas atividades didáticas para serem resolvidas por meio da interação com as simulações.

As simulações foram desenvolvidas como parte de um projeto de mestrado no âmbito do programa MNPEF ao longo do ano de 2021 durante a pandemia da covid-19. Elas foram utilizadas para atividades síncronas e assíncronas por seis turmas de primeiro ano de Ensino Médio de uma escola pública no estado do Rio de Janeiro, proporcionando aulas mais interativas e ativas para os discentes [3].

As próximas seções apresentam a importância das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) para o ensino de física, um panorama do programa GeoGebra, as seis simulações desenvolvidas com atividades sugeridas e, por último, os comentários finais.

## 2. As TDIC no ensino de física

A sociedade contemporânea tem sido marcada por grandes avanços tecnológicos que influenciam diretamente na vida da população. Nesse contexto, as práticas pedagógicas educacionais precisam ser constantemente repensadas para que acompanhem tal evolução. No âmbito educacional, a utilização das TDIC contribui significativamente para o processo de inovação no ensino. Segundo Schuartz e Sarmiento [4], com a utilização das TDIC, as aulas são ministradas de forma mais dinâmica, interativa e colaborativa, ressaltando a necessidade de agregar os recursos tecnológicos dispo-

níveis às práticas de ensino-aprendizagem, que vem a ser um desafio aos docentes da atualidade.

As TDIC são ferramentas tecnológicas digitais que devem ser utilizadas a fim de promover a construção do conhecimento e do pensamento crítico, potencializando ações pedagógicas inovadoras e criativas. Nesse contexto, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ressalta, nas diversas áreas de conhecimento, habilidades e competências que envolvem o uso de tecnologias digitais na educação. Entre as competências gerais da educação básica, destaca-se a que envolve as TDIC: “Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva” [5].

Nesse sentido, o professor possui um papel muito importante no processo de aprendizagem, sendo responsável pela criação de novas possibilidades com os recursos digitais disponíveis, levando o aluno a participar do processo de construção do conhecimento. Segundo Schuartz e Sar-

mento [4], “o contexto digital requer um professor que não seja apenas um transmissor do conhecimento, mas também um provocador em uma sociedade que tem demandado sujeitos críticos, competentes, criativos e flexíveis.”

Para a promoção de atividades educacionais que envolvam o uso de tecnologia digital de informação e comunicação, o professor poderá utilizar os recursos disponíveis e mais acessíveis, de acordo com o objetivo a ser alcançado. Atualmente, é possível destacar o uso do *smartphone* como um grande aliado no processo de ensino-aprendizagem. De acordo com Sobrinho e Riveira [6], “o dispositivo que está presente na vida da maior parte da população proporciona a capacidade de assistir ao conteúdo desejado quando e onde quiser, seja através da internet ou até mesmo com arquivos baixados no próprio aparelho.”

Entre as ferramentas inovadoras que podem favorecer a construção do conhecimento estão os softwares educacionais. Segundo Kamanskie e cols. [7], “os *softwares* educacionais são recursos tecnológicos que podem dinamizar a prática pedagógica do professor, portanto é importante que os professores estejam dispostos a diversificar suas práticas pedagógicas permitindo uma aproximação com a cultura digital.”

Neste contexto, este trabalho descreve simulações computacionais desenvolvidas para o ensino-aprendizagem das leis de Kepler elaboradas no programa GeoGebra [8], um software de matemática dinâmica que

**Uma estratégia interessante para abordar as leis de Kepler de uma forma mais lúdica, é através do emprego de simulações computacionais. Com elas, o próprio aluno faz observações, neste caso, virtual, elabora, testa hipóteses e formula explicações com a mediação do docente**

permite realizar construções para o ensino de física. As simulações desenvolvidas já estão prontas para utilização e disponíveis através de *links* para acesso on-line, permitindo que professores e alunos realizem as atividades sem a necessidade de conhecimento prévio das rotinas do programa.

### 3. O software GeoGebra

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito para usuários não comerciais, que apoia o ensino-aprendizagem em ciência, tecnologia, engenharia e matemática, e que foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, em 2002, na Universidade de Salzburg (Áustria). Ele foi projetado para combinar recursos interativos de geometria e álgebra em um único sistema de fácil utilização [9]. Possuindo uma comunidade de usuários de quase todos os países, o GeoGebra está disponível em diversos idiomas, facilitando sua utilização ao redor do mundo. Sua interface é de fácil navegação, com ferramentas que permitem também a construção de materiais didáticos, como páginas interativas da web [8]. O GeoGebra está disponível para os sistemas iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux. O usuário encontrará diversos aplicativos gratuitos com variadas aplicações.

Com o uso do GeoGebra, podem ser elaborados Objetos de Aprendizagem (OA) que apoiam o ensino-aprendizagem em diversas áreas do conhecimento. Os OA podem ser definidos como recursos digitais a serem usados, reutilizados e combinados com outros objetos para formar um ambiente de aprendizado rico e flexível [10]. Entre os vários recursos tecnológicos que podem caracterizar um OA, são destacadas especificamente as atividades e simulações computacionais elaboradas através do software GeoGebra.

Para abordar as leis de Kepler, foram construídas seis simulações fundamentadas nas órbitas dos planetas do sistema solar. Foi elaborado um par de simulação para cada lei que são complementares entre si. Deste modo, para a lei das órbitas, a primeira simulação apresenta as órbitas dos planetas e seus movimentos. A segunda simulação apresenta as características da elipse e a descrição de seus parâmetros geométricos. A terceira simulação apresenta a variação da velocidade dos planetas ao longo da sua órbita, e a quarta simulação apresenta o movimento orbital de um exoplaneta cuja órbita é bastante excêntrica, o que permite visualizar com maior facilidade a variação da velocidade orbital. As duas últimas simulações versam sobre a terceira lei: a primeira delas relaciona a distância dos planetas e seus períodos, a segunda e última simulação permite determinar o período de cada planeta a partir da sua distância até o Sol expressa em unidades astronômica. Acompanhadas de

**Para abordar as leis de Kepler, foram construídas seis simulações fundamentadas nas órbitas dos planetas do sistema solar. Foi elaborado um par de simulação para cada lei, que são complementares entre si**

cada simulação, há atividades para serem respondidas pelos alunos por meio da interação com as simulações cuja utilização fica à escolha do professor.

Durante a aplicação da sequência didática, foi utilizada a plataforma virtual GeoGebra Classroom, que pode ser acessada por meio do *site* do GeoGebra (disponível em <https://www.geogebra.org/m/a4dujady>). Este recurso está disponível para o professor, bastando apenas realizar o cadastro na plataforma. Através dela, os docentes podem [11]:

- Atribuir aos alunos tarefas interativas e envolventes;
  - Visualizar o progresso dos alunos, de maneira síncrona, ao realizarem uma tarefa específica;
  - Verificar quais tarefas os alunos iniciaram (ou não);
  - Realizar perguntas para toda a turma e visualizar as respostas de todos os alunos instantaneamente;
  - Ocultar os nomes dos alunos ao exibir as respostas deles às perguntas;
  - Realizar discussões ricas e interativas entre alunos.
- O acompanhamento das atividades dos alunos por meio do GeoGebra Classroom foi importante e contribuiu para um *feedback* em tempo real, permitindo ao professor fazer as intervenções necessárias durante a realização das atividades. Vale ressaltar que, para utilizar as simulações desenvolvidas, não há a necessidade deste recurso.

### 4. As simulações

Para abordar a primeira lei de Kepler, a lei das órbitas, foram elaboradas duas simulações. A primeira, órbitas dos planetas do sistema solar, é uma simulação bidimensional fora de escala, onde é possível visualizar o movimento orbital dos oito planetas. Esta simulação foi realizada com as excentricidades originais dos planetas e podem ser visualizadas ao se clicar sobre cada um deles. A ideia central aqui é mostrar que a órbita dos planetas é de baixa excentricidade quase circular, contribuindo para a superação da concepção que a órbita seja muito achatada. A Fig. 1 mostra a tela inicial desta simulação.

Clicando em “iniciar”, pode-se visualizar o movimento dos planetas e, sobre cada planeta, a excentricidade da órbita. Ao clicar sobre o Sol, a simulação mostra a órbita de um cometa de grande excentricidade, o que permite uma comparação com as órbitas planetárias. A simulação possibilita perceber que o Sol está próximo ao centro de cada órbita devido à baixa excentricidade. Ela apresenta também uma tecla “pausa”, que pode ser acionada para cessar a simulação, e uma tecla para reiniciar a simulação.

Associada a esta simulação, foram disponibilizadas também três atividades para os alunos responderem através da interação com a simulação. Elas são:

## Órbitas dos planetas do sistema solar

Autor: Ana Patrícia de Paula Matos, anamatoscarraro

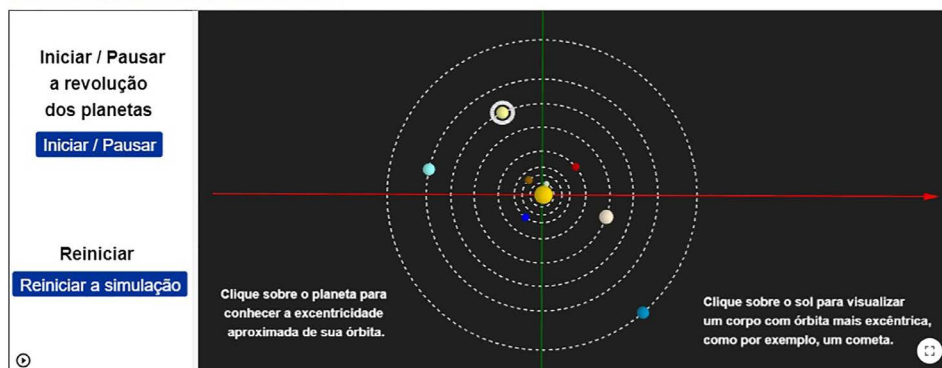


Figura 1 - Simulação: órbitas dos planetas do sistema solar. Fonte: <https://www.geogebra.org/m/jmmr6yjn#material/mahrg7mr>.

- Analisando a simulação, escreva o que você observa com relação ao formato das órbitas.
- Escreva também o que você observa com relação à posição do Sol no sistema solar.
- Ao clicar no Sol, você consegue visualizar a órbita de um suposto cometa. Compare o formato da órbita desse cometa com as órbitas dos planetas do sistema solar. A órbita do cometa é mais achatada ou menos achatada do que a dos planetas?

Com o objetivo de discutir os parâmetros geométricos das órbitas planetárias, foi criada a simulação “a elipse”. Por meio desta simulação, pode-se explorar o conceito de elipse e sua excentricidade. A tela desta simulação (Fig. 2) mostra as principais características da elipse. Ao clicar em “iniciar / pausar”, pode ser visualizada a animação do ponto P favorecendo o entendimento da definição de elipse. As caixas correspondentes a *distância entre os focos*, *eixo maior* ( $a$ ) e *eixo menor*, permitem a visualização destes parâmetros durante a simulação. Selecionando a caixa da *excentricidade da elipse*, a simulação mostra o seu valor  $e$ , ao

movimentar o controle deslizante, em vermelho, pode-se variar sua excentricidade. Com esta simulação, é interessante realizar discussões e debates fazendo comparações entre os formatos das órbitas dos planetas do sistema solar e suas baixas excentricidades.

Para esta simulação, foram criadas atividades de múltipla escolha que permitem aos alunos checarem suas respostas em tempo real. São elas:

- Ao mover o controle deslizante para a direita, os focos da elipse ( $f_1$  e  $f_2$ ) se aproximam. O que acontece com o formato da elipse?
  - Fica cada vez mais achatada.
  - Fica pouco achatada, ou seja, mais arredondada.
  - Não se modifica.
- Movendo-se o controle deslizante para a direita, o valor da excentricidade da elipse:
  - aumenta.
  - diminui.
  - não se altera.

## A elipse

Autor: Ana Patrícia de Paula Matos



Figura 2 - Simulação: a elipse. Fonte: <https://www.geogebra.org/m/jmmr6yjn#material/rshe3mxs>.

## Órbita do exoplaneta HD 20782 b

Autor: Ana Patrícia de Paula Matos

Exoplaneta HD 20782 b com excentricidade de órbita 0,95.



Figura 3 - Tela da simulação: *Órbita do exoplaneta HD 20782 b*. Fonte: <https://www.geogebra.org/m/jmmr6yjn#material/x7fknw6u>.

3) Movendo-se o controle deslizante para a esquerda, você pode perceber que os focos da elipse ( $f_1$  e  $f_2$ ) se afastam. E agora, o que acontece com o formato da elipse?

Para o ensino da segunda lei de Kepler, a lei das áreas, foram criadas duas simulações. A primeira simulação é baseada na órbita do exoplaneta HD 20782 b, os dados deste exoplaneta foram retirados do site da NASA. A ideia foi mostrar que as leis de Kepler são válidas em qualquer sistema binário e trazer para a sala de aula um tema atual em astronomia, que são os exoplanetas. Além disso, a órbita deste exoplaneta é de alta excentricidade, 0,95, o que facilita a percepção de que o movimento ao longo da órbita não é uniforme, sendo mais lento quando o exoplaneta está longe da estrela e mais rápido quando está mais próximo dela. A Fig. 3 mostra a tela inicial da simulação.

Clicando em “iniciar revolução”, o exoplaneta se movimenta ao longo de sua órbita, podendo ser pausado quando necessário com o botão “pausar revolução”.

Na segunda simulação, denominada *Segunda Lei de Kepler*, o planeta movimenta-se ao longo da sua órbita mostrando que a reta que une o centro do planeta ao

Sol, o raio vetor, descreve áreas iguais em tempos iguais e, conseqüentemente, sua velocidade ao longo da órbita é variável. Clicando em “iniciar”, o segmento que liga o planeta à estrela pinta a área  $S_1$  e a área  $S_2$ , como mostrado na Fig. 4.

Na Fig. 4, é mostrada a tela de simulação em que foi utilizado o tempo 2,5 meses. O tempo em “meses” foi utilizado de forma hipotética, para facilitar a compreensão. Ao clicar na caixa de seleção  $S_1$  e  $S_2$ , são informados seus respectivos valores em unidades de área (u.a). Nesta simulação, o tempo 2,5 meses é fixo e o usuário não pode mudar este parâmetro.

Para esta simulação, foram criadas as seguintes atividades:

- 1) Marcando as caixas de seleção, você pode observar que as áreas  $S_1$  e  $S_2$  são iguais. Clicando em “iniciar”, observe o movimento do planeta ao longo de sua órbita. O planeta percorre a trajetória de A para B e de C para D com os mesmos intervalos de tempo?
  - a) Sim.
  - b) Não.

## Segunda Lei de Kepler

Autor: Ana Patrícia de Paula Matos

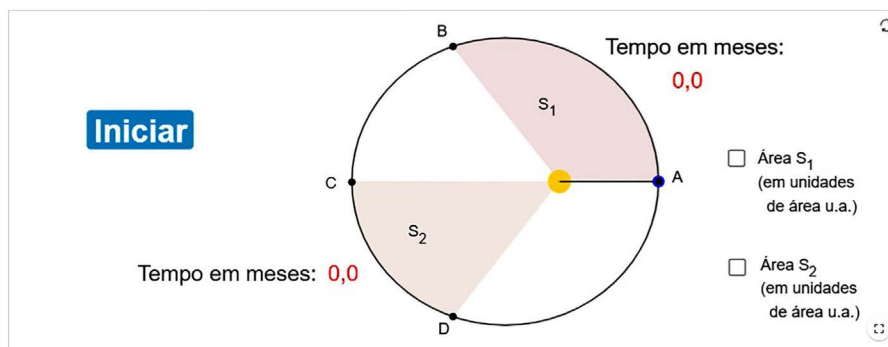


Figura 4 - Tela da simulação “*Segunda Lei de Kepler*”. Fonte: <https://www.geogebra.org/m/jmmr6yjn#material/nnqtrjbm>.

## Lei dos Períodos (parte 1)

Autor: Ana Patrícia de Paula Matos

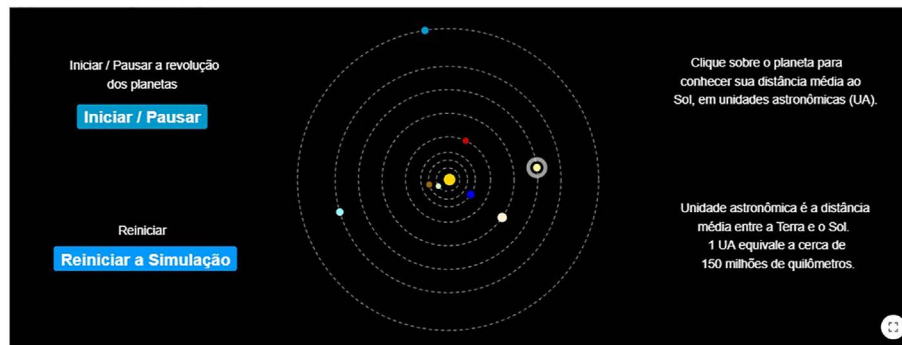


Figura 5 - Tela inicial da simulação: *Lei dos períodos*, parte 1. Fonte: <https://www.geogebra.org/m/jmmr6yjn#material/mhnb7tw2>.

2) A velocidade de um planeta é sempre a mesma ao longo de sua órbita ou é variável?

Através desta simulação, os alunos podem perceber que as áreas demarcadas são iguais e que o planeta gastou os mesmos intervalos de tempo para percorrê-las. Como consequência, a velocidade do planeta ao longo de sua órbita é variável, fato que também pode ser verificado por meio do movimento orbital do planeta.

Para a abordagem das leis dos períodos, foram elaboradas duas simulações denominadas *Lei dos períodos*, cujo objetivo é a percepção da relação entre o período orbital dos planetas e suas distâncias médias ao Sol. Na primeira simulação, (Fig. 5), é possível relacionar os movimentos de revolução dos planetas do sistema solar e suas distâncias até o Sol. Ao clicar sobre cada planeta, o programa mostra sua distância média ao Sol em Unidades Astronômicas (UA), permitindo fazer uma relação entre a distância e seu período de revolução que é descrita pela terceira lei de Kepler.

Para esta simulação, foram criadas as seguintes atividades:

- 1) Clique sobre os planetas Vênus e Saturno e anote a distância de cada um deles até o Sol.
- 2) Ainda com relação aos planetas Vênus e Saturno, qual deles leva mais tempo para dar uma volta completa em torno do Sol?
  - a) Vênus, que está mais próximo do Sol.
  - b) Saturno, que está mais distante do Sol.
- 3) Observe na simulação os diferentes períodos orbitais. Cada planeta possui seu período orbital e quanto mais próximo do Sol:
  - a) mais tempo o planeta leva para realizar sua volta completa ao longo de sua órbita.
  - b) menos tempo o planeta leva para realizar sua volta completa ao longo de sua órbita.
- 4) Observe na simulação os diferentes períodos orbitais. Cada planeta leva determinado tempo para realizar sua volta completa em torno do Sol. Quanto mais afastado do Sol:

a) maior é o tempo que o planeta leva para realizar sua volta completa ao longo de sua órbita.

b) menor é o tempo que o planeta leva para realizar sua volta completa ao longo de sua órbita.

A segunda simulação permite comparar o período orbital dos planetas em relação ao da Terra (utilizando raio terrestre = 1 unidade de medida). Pode-se visualizar na Fig. 6, no canto superior direito da tela, a distância de cada planeta em relação ao Sol e digitar o raio médio da órbita desejada, em Unidade Astronômica, obtendo o período orbital do respectivo planeta (em anos terrestres) e o cálculo da constante de Kepler. Clicando em “iniciar”, pode-se visualizar o movimento orbital do planeta Terra e do planeta escolhido, realizando a comparação entre os períodos dos planetas e a Terra.

Para esta simulação, foram criadas as seguintes atividades.

- 1) Qual planeta do sistema solar realiza sua volta completa em torno do Sol em menos tempo?
- 2) Qual planeta do sistema solar demora mais tempo para dar uma volta completa em torno do Sol?
- 3) Qual a relação entre a distância de um planeta até o Sol e o seu período orbital?

(Lembrando: período orbital é o tempo que o planeta leva para realizar a volta completa em torno do Sol.)

As simulações, as atividades e todas as instruções para a utilização das simulações estão disponíveis no livro virtual *Simulações e atividades para o ensino das leis de Kepler* no GeoGebra, que pode ser acessado no endereço <https://www.geogebra.org/m/jmmr6yjn>.

### 5. Comentários finais

Tradicionalmente, as leis de Kepler são abordadas em sala de aula de forma teórica com a utilização de figuras estáticas e resolução de exercícios. Neste trabalho, foi apresentado um conjunto de simulações para o ensino dinâmico das leis de Kepler. O conjunto é

## Lei dos Períodos (parte 2)

Autor: Ana Patrícia de Paula Matos

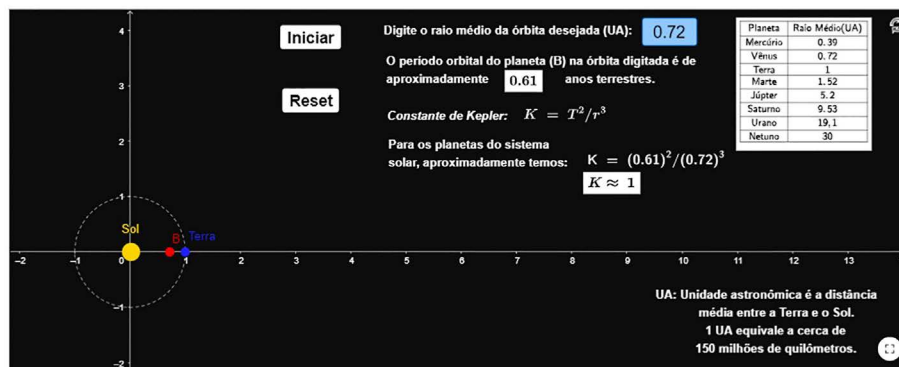


Figura 6 - Simulação: *Lei dos períodos*, parte 2, utilizando o raio médio do planeta Vênus. Fonte: <https://www.geogebra.org/m/jmmr6yjn#material/rfssdfh9>.

autocontido e não prescinde do conhecimento de programação nem pelos alunos nem pelo professor. Ele foi utilizado em formato piloto em aulas de física para o Ensino Médio com 61 alunos de seis turmas de uma escola pública pertencente à rede estadual do estado do Rio de Janeiro durante o período da pandemia de covid-19, em regime de ensino remoto emergencial.

Baseados nas respostas dos alunos às questões propostas, no diário de bordo do professor e nas respostas dos alunos a um formulário de apreciação, percebeu-se que o uso das simulações foi bem-sucedido em promover o aprendizado dos alunos acerca do tema em questão. Nas seis questões conceituais respondidas por eles, o índice de acerto foi superior a 70%, em média. As simulações desenvolvidas permitiram não apenas uma abordagem lúdica das leis de Kepler, como também a superação de possíveis equívocos, como a forma da órbita dos planetas e sua excentricidade. Durante a execução das simulações e das atividades no software GeoGebra, o professor percebeu nitidamente a participação e o interesse dos alunos pelo conteúdo. Ademais, os estudantes relataram o

**As simulações desenvolvidas permitiram não apenas uma abordagem lúdica das leis de Kepler, mas também a superação de possíveis equívocos, como a forma da órbita dos planetas e sua excentricidade**

entusiasmo em aprender as leis de Kepler manipulando as várias possibilidades que as simulações interativas propiciavam. Uma discussão mais completa e aprofundada da aplicação pode ser encontrada na Ref. [3].

Por outro lado, a alta dependência da conexão à internet se mostrou um desafio, sobretudo em razão de a aplicação ter sido realizada em formato remoto. Isso é indicado pelo fato de apenas 25% dos alunos das turmas ter concluído todas as atividades previstas na sequência didática em que as simulações são utilizadas. Entendemos que essa dificuldade pode ser mitigada por meio da utilização dos recursos de conectividade da escola, o que não foi possível durante a pandemia da covid-19, mas é bastante viável em condições de ensino mais usuais. Ademais, em seu formato final, as simulações podem ser acessadas on-line ou, ainda, baixadas para uso off-line, algo que também tem como objetivo facilitar a utilização.

Recebido em: 6 de Março de 2023

Aceito em: 9 de Outubro de 2023

### Referências

- [1] K.S. Oliveira Filho, M. F.O. Saraiva, *Astronomia e Astrofísica* (Departamento de Astronomia da UFRGS, Porto Alegre, 2014).
- [2] J.B.G. Canalle, *Física na Escola* 4(2), 12 (2003).
- [3] A.P. Matos, *Ensino das leis de Kepler Através das Metodologias Ativas Ensino sob Medida e Instrução pelos Colegas Com a Utilização do Software GeoGebra*. Dissertação de Mestrado em Ensino de Física, Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda, 2021.
- [4] A.S. Schuartz, H.B.M. Sarmento, *Revista Katálysis* 23, 429 (2020).
- [5] E.M.A. Sobrinho, J.A. Rivera, *Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico* 7, e110321 (2021).
- [6] Brasil, *Ministério da Educação: Base Nacional Comum Curricular* (MEC/Semtec, Brasília, 2018).
- [7] A.M.B. Kamanski, M.M. Alves, F.T Moro, S. München, in: *I Simpósio Sul-Americano de Pesquisa em Ensino de Ciências*, Cerro Largo, p. 1., 2020.
- [8] GeoGebra. Disponível em <https://www.geogebra.org>, acesso em 15/8/2023.
- [9] M.Hohenwarter, *GeoGebra4.4*. Disponível em <https://proa.ua.pt/index.php/id/article/view/4296>, acesso em 15 ago. 2023.
- [10] E.C. Machado, C.S. Sá Filho, *O Computador Como Agente Transformador da Educação e o Papel do Objeto de Aprendizagem*. Seminário Nacional de Educação a Distância, 2003. Disponível em <https://www.abed.org.br/seminario2003/texto11.html>, acesso em 2/8/2023.
- [11] C. Mathias, *Aprenda Sobre o GeoGebra Classroom*. Disponível em <https://www.geogebra.org/m/a4dujady>, acesso em 30/9/2023.